

30-0488/001

o. PROF. DR.-ING. DR.-ING. E. h. KARL KORDINA
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz
Lehrstuhl für Massivbau

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
BRAUNSCHWEIG

F O R S C H U N G S V O R H A B E N V 211/DAfStb

"Empfehlungen für die Bewehrungsführung
in Rahmenecken und -knoten"

B E R I C H T

vorgelegt von:

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina
Dipl.-Ing. E. Schaaff

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
Allgemeines	1
Beispiel 1 a: Treppenlaufplatte (Fertigteil)	6
Beispiel 1 b: Treppenlaufplatte (Ortbeton)	7
Beispiel 2: Eingespannter Halbrahmen	11
Beispiel 3: Winkelstützwand	14
Beispiel 4: Flügelwände ohne Widerlager	18
Beispiel 5: Zellenwand eines Getreidesilos	22
Beispiel 6: Rahmenecke mit negativem Moment	26
Beispiel 7: Rahmenendknoten	30
Beispiel 8: Rahmenendknoten mit hohem Bewehrungsgehalt .	37
Beispiel 9: Rahmenendknoten an der Mittelstütze eines eingeschossigen Aussteifungsrahmens	41
Beispiel 10: Eingespannte Kragstütze	44
Literaturverzeichnis	

Allgemeines

Ecken und Rahmenknoten ergeben sich aus der Zusammenführung von balkenartigen oder plattenartigen Bauteilen, wobei als gemeinsames Charakteristikum eine starke Richtungsänderung der Biegezugkraft ($\alpha \geq 45^\circ$) auftritt. Vorschläge für die Lösung dieser Konstruktionsaufgabe liegen schon seit den Anfangsjahren der Stahlbetonbauweise vor; sie gelten jedoch größtenteils als überholt.

Die Bemessung und Bewehrungsführung in Ecken und Rahmenknoten muß auf die in jüngster Zeit erneut und eingehender als bisher geprüfte Tatsache eingehen, daß eine zu starke Abweichung der Bewehrungsrichtung von der Richtung der Zugkraft und zu scharfe Abkrümmungen der Bewehrungsstäbe deutliche Minderungen der Tragfähigkeit, klaffende Risse unter Gebrauchslast, ja unangekündigte Brüche, insbesondere unter ermüdender Belastung, zur Folge haben können. Dabei war auch die Aufnahme der durch die Richtungsänderung der Biegedruckkräfte entstehenden Zugkräfte (Umlenkkkräfte) sicherzustellen. Zugleich suchte man nach vereinfachten Bewehrungsformen, um die Wirtschaftlichkeit der Stahlbetonbauweise zu stärken. Es zeigte sich, daß viele der zur Zeit gebräuchlichen Bewehrungsformen die in sie gesetzten Erwartungen nicht erfüllen und besonders bei Ausnutzung hoher Bewehrungsgehalte erheblich unterhalb der rechnerischen Bruchlast versagen.

Für die Bemessung werden als maßgebende Querschnitte bisher i. allg. die sogenannten Anschnitte (s. Bild 1) zugrunde gelegt. Eine genauere Untersuchung hat jedoch gezeigt, daß die Schnittgrößen am Anschnitt vielfach zu auf der unsicheren Seite liegenden Bemessungswerten führen können. Eine Bemessung etwa in der Diagonalen einer Rahmenecke ist in der Praxis nicht üblich bis auf wenige Ausnahmen, z. B. Rahmenecken in Tunnelbauten (s. [16]) oder in angevouteten Ecken von Silos (s. Beispiel 5). Es gibt zwar Untersuchungen, die, von der Scheibentheorie ausgehend, die erforderliche Zugbewehrung für Zustand 2 im Diagonalschnitt einer Rahmenecke unmittelbar zu bestimmen gestatten und eine Bemessung im Bereich der Anschnitte entbehrlich machen [1, 2]; sie haben sich jedoch in der Praxis nicht durchsetzen können.

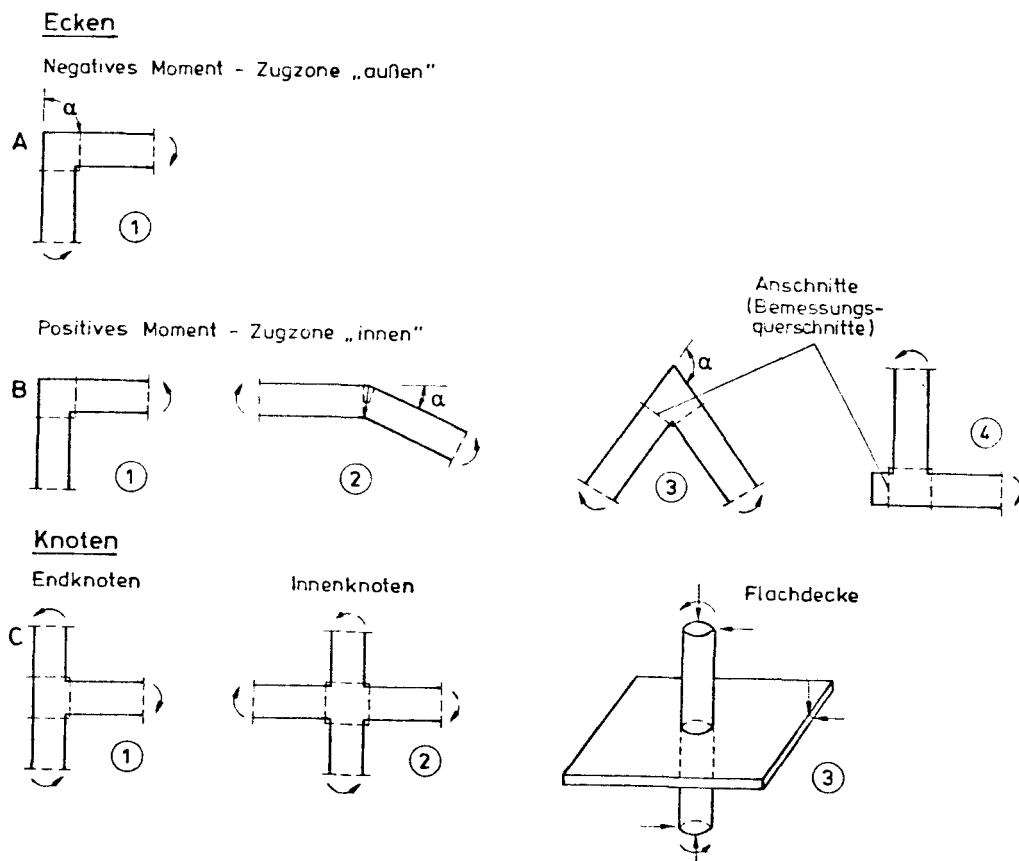


Bild 1. Typische Formen von Rahmenecken und Rahmenknoten

Hier werden naturgemäß solche Ausführungsformen näher erörtert, die sich unter Einhaltung der in DIN 1045 (1978) festgelegten Bestimmungen verwirklichen lassen. Dies gilt vor allem für den Biegerolldurchmesser und die Betondeckung und führt in bestimmten Fällen zu einer engen Begrenzung des größten ausführbaren Bewehrungsgehaltes, wie in [3] im einzelnen gezeigt wurde.

Die Wirksamkeit der Bewehrungsführung im Bereich von Ecken und Rahmenknoten hängt entscheidend davon ab, daß die aus der Richtungsänderung der Biegezug- und Biegedruckkräfte entstehenden Umlenkkräfte aufgenommen und abgedeckt werden. Die Grundvoraussetzung hierfür ist eine einwandfreie Bauausführung; von wesentlicher Bedeutung sind Genauigkeit beim Verlegen der Bewehrung und vollständige Frischbetonverdichtung, insbesondere an der Innenseite abgekrümmter Bewehrungsstäbe. Die Betongüte sollte stets \geq B 25 gewählt werden. Lunker im Knoten- bzw. Eckenbereich führen in der Regel zu erhöhtem Schlupf, Bildung klaffender Risse und Versagen der Konstruktion erheblich unterhalb der rechnerischen Bruchlast (DIN 1045, Ausgabe 1978, Abschn. 18.9.3, gibt hierzu ebenfalls Hinweise).

Das Tragverhalten von Ecken und Rahmenknoten hängt ferner in erheblichem Maße von den Verbundeigenschaften der verwendeten Betonstähle ab. Es bedarf keines besonderen Nachweises, daß glatter Stahl zu größeren Rißbreiten führt, die u. U. die Dauerhaftigkeit der betreffenden Bauteile in Frage stellen können. Aus diesem Grund sind für Bauteile der hier vorliegenden Art grundsätzlich Rippenstähle anzuwenden. Die experimentellen Untersuchungen der letzten Jahre [3, 4] wurden ausschließlich unter Verwendung von Rippenstählen durchgeführt. Eine Übertragung der Versuchserfahrungen auf glatte Betonstähle ist nicht möglich. Hingegen sind diese Ergebnisse in gleicher Weise gültig für Rippenstähle der Güte BSt 420/500 und BSt 500/550.

Die vorliegenden Versuchswerte wurden außerdem überwiegend nur in Kurzzeitversuchen unter quasi-statischer Belastung gewonnen; die Einflüsse aus ruhender Dauerlast, aus Ermüdungsbeanspruchung oder Katastrophen-Lastfällen wie Feuer, Erdbeben oder Luftstoß wurden systematisch noch nicht untersucht. Es ist jedoch bekannt, daß sich Rißbreiten unter ruhender Dauerlast wie auch unter ermüdender Beanspruchung gegenüber den im Kurzzeitversuch unter quasi-statischer Belastung gewonnenen Werten deutlich vergrößern; es ist mit einem Rißbreitenzuwachs zwischen 50 - 100 % zu rechnen.

Bestimmungen

Die nachfolgenden Bemessungs- und Bewehrungsbeispiele sollen zeigen, welche Lösungen auf der Grundlage von DIN 1045, Ausgabe 1978, gefunden werden können. Es wurde versucht, die Beispiele so zu gestalten, daß auch die Berücksichtigung baupraktischer Belange gezeigt werden konnte.

Zur Erleichterung des Überblicks wird der Abschnitt 18.9.3 "Umlenkkräfte" aus DIN 1045 (1978) hier wiedergegeben:

"Bei Bauteilen mit gebogenen oder geknickten Leibungen ist die Aufnahme der durch die Richtungsänderung der Zug- oder Druckkräfte hervorgerufenen Zugkräfte nachzuweisen; in der Regel sind diese Umlenkkräfte durch zusätzliche Bewehrungselemente (z. B. Bügel, siehe Bilder 29 a) und b)) oder durch eine besondere Bewehrungsführung (z. B. Schlaufen nach Bild 30) abzudecken.

Stark geknickte Leibungen ($\alpha \geq 45^\circ$, siehe Bild 30) wie z. B. Rahmenecken dürfen in der Regel nur unter Verwendung von Beton der Festigkeitsklasse B 25 und höher sowie Rippenstahl ausgeführt werden, anderenfalls sind die nach Abschn. 17.2 aufnehmbaren Schnittgrößen am Anschnitt zum Eckenbereich (siehe Bild 30) auf 2/3 zu verringern, d. h., die Bemessungsschnittgrößen sind um den Faktor 1,5 zu erhöhen. Bei Rahmen aus balkenartigen Bauteilen sind Stiele

und Riegel auch im Eckbereich konstruktiv zu verbügeln; dies kann dort z. B. durch sich orthogonal kreuzende, haarnadelförmige Bügel (Steckbügel) oder durch eine andere gleichwertige Bewehrung erfolgen. Bei Rahmentragwerken aus plattenartigen Bauteilen ist zumindest die nach Abschn. 20.1.6.3 bzw. 25.5.5.2 vorgeschriebene Querbewehrung auch im Eckbereich anzuordnen.

- a) Bei Bauteilen mit geknicktem Zuggurt (positives Moment, siehe Bild 30) und einem Knickwinkel $\alpha \geq 45^\circ$ ist stets eine Schrägbewehrung A_{ss} anzuordnen, wenn ein Biegemoment, das einem Bewehrungsanteil von $\mu \geq 0,4\%$ entspricht, umgeleitet werden soll. Dabei ist μ der größere der beiden Bewehrungs-

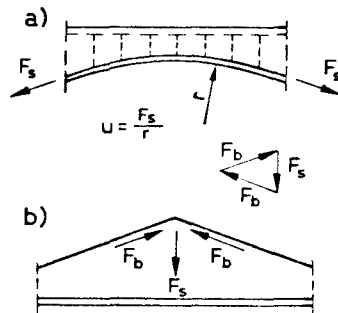
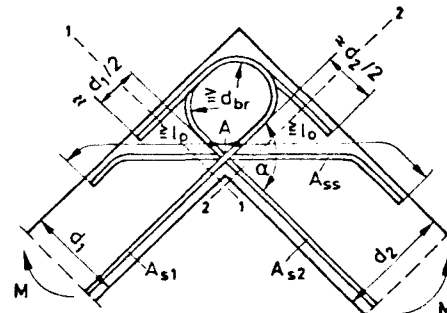


Bild 29 Umlenkkräfte
(DIN 1045)



d_{br} nach DIN 1045, Tabelle 18, Zeile 5 oder 6
 d_1 bzw. $d_2 \leq 100$ cm
 Bemessungsschnitte 1-1 u. 2-2
 Querbewehrung bzw. Bügel nicht dargestellt.

Bild 30 Beispiel für die Ausbildung
(DIN 1045) einer Rahmenecke bei positivem Moment mit einer schlaufenartigen Bewehrungsführung

prozentsätze der anschließenden Bauteile. Für $\mu \leq 1\%$ muß A_{ss} mindestens der Hälfte dieses Bewehrungsanteils, für $\mu > 1\%$ dem gesamten Bewehrungsanteil entsprechen. Überschreitet der Knickwinkel $\alpha = 100^\circ$, ist zur Aufnahme dieser Schrägbewehrung eine Voute auszubilden und A_{ss} stets für das gesamte umzuleitende Moment auszulegen.

Bei Bauteilen mit einer Dicke bis etwa $d = 100$ cm genügt zur Aufnahme der Umlenkkräfte eine schlaufenartig die Biegedruckzone umfassende Führung der beiden Biegezugbewehrungen nach Bild 30. Bei dickeren Bauteilen oder Verzicht auf eine schlaufenartige Führung der Biegezugbewehrung müssen die gesamten Umlenkkräfte durch Bügel oder eine gleichwertige Bewehrung oder andere Maßnahmen aufgenommen werden.

Bei einer schlaufenartigen Bewehrungsführung und Einhaltung der Angaben in Bild 30 kann ein Nachweis der Verankerungslängen für die Biegezugbewehrungen entfallen. In allen anderen Fällen sind diese jeweils ab der Kreuzungsstelle A mit dem Maß l_0 nach Gleichung (21) zu verankern.

Wird die Bewehrung nicht schlaufenartig geführt, ist entlang des gedrückten Außenrandes im Eckbereich eine über die Querschnittsbreite verteilte Bewehrung anzuordnen, die in den anschließenden Bauteilen mit der Verankerungslänge l_0 nach Abschn. 18.5.2.1 zu verankern ist.

- b) Wird bei Rahmenecken mit negativem Moment die Bewehrung im Bereich der Ecke gestoßen, darf die Übergreifungslänge l_u (siehe Abschn. 18.6.3) gemäß Bild 31 gerechnet werden. Dabei darf der Beiwert $\alpha_1 = 0,7$ nur in Ansatz gebracht werden, wenn an den Stabenden Haken oder Winkelhaken angeordnet werden. Für die Querbewehrung gilt Abschn. 18.6.3.4.

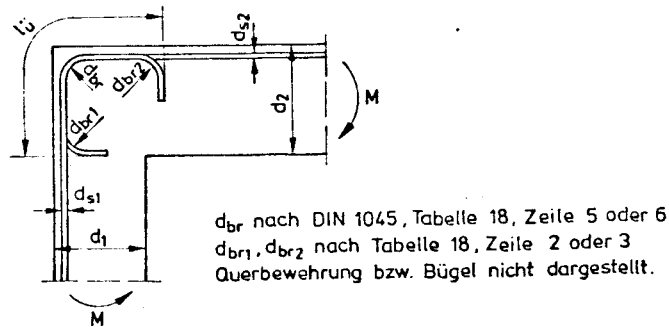


Bild 31 Beispiel für die Ausbildung einer Rahmenecke bei negativem (DIN 1045) Moment und Bewehrungsstoß in der Rahmenecke

Die in Abschn. 21.1.2 geforderte Zusatzbewehrung zur Beschränkung der Rißbreite bei hohen Stegen ist bei Rahmenecken ab Bauhöhe $d > 70$ cm erforderlich."

Für die Wahl der Biegerolldurchmesser gilt DIN 1045, Tab. 18.

Tabelle 18. Mindestwerte der Biegerolldurchmesser d_{br}

	1	2	3	4
		BSt 220/340 GU	BSt 420/500 RU, RK 500/550 RU, RK	BSt 500/550 GK, PK
1	Stabdurchmesser d_s mm	Haken, Schleifen, Bügel	Haken, Winkelhaken, Schleifen, Bügel	Haken, Schleifen, Bügel
2	< 20	2,5 d_s	4 d_s	
3	20 bis 28	5 d_s	7 d_s	
4	Betondeckung rechtwink- lig zur Krümmungsebene	Aufbiegen und andere Krümmungen von Stäben (z. B. in Rahmenecken) ¹⁾		
5	> 5 cm und > 3 d_s	10 d_s	15 d_s ²⁾	
6	≤ 5 cm oder ≤ 3 d_s	15 d_s	20 d_s	

¹⁾ Werden die Stäbe mehrerer Bewehrungslagen an einer Stelle abgebogen, sind für die Stäbe der inneren Lagen die Werte der Zeilen 5 und 6 mit dem Faktor 1,5 zu vergrößern.

²⁾ Der Biegerolldurchmesser darf auf $d_{br} = 10 d_s$ vermindert werden, wenn die Betondeckung rechtwinklig zur Krümmungsebene und der Achsabstand der Stäbe mindestens 10 cm und mindestens $7 d_s$ betragen.

Rahmenknoten

Die in der Literatur angegebenen Näherungsverfahren zur Ermittlung der Einspannverhältnisse von Rahmenriegeln in die Stiele eines Rahmenskelettes gehen von der Elastizitätstheorie aus und setzen den ungerissenen Zustand 1 der Bauteile voraus [5]. Abgesehen davon, daß diese Ansätze die Veränderung der Steifigkeitsverteilung durch Rißbildung außer acht lassen, werden auch die Einflüsse aus Bewehrungsgehalt und Verformung der Rahmenstiele nach Theorie 2. Ordnung vernachlässigt. Werden diese Einflüsse jedoch berücksichtigt, ergibt sich eine Abminderung des Riegel-Einspannmomentes.

Rahmenknoten werden ferner als winkeltreu vorausgesetzt; nur die Biegeverformungen bzw. die Biegesteifigkeiten der einzelnen Bauteile (Stäbe, Riegel, Stiele) des Systems gehen in die Verformungsgrößen ein. Die vorliegenden Versuche zeigen jedoch, daß mit dem Übergang nach Zustand II im Zusammenhang mit der Rißbildung auch im Knoten selbst Verformungen auftreten, die Winkeländerungen hervorrufen [3]. Die Verformungsvorgänge im Knoten führen zu einem weiteren Abbau des Riegel-Einspannmomentes - zumindest bei Annäherung an den Bruchzustand -, woraus sich die Feststellung ableiten läßt, daß im Regelfall die Riegel-Einspannmomente in einen Endstiel bei Anwendung der üblichen Bemessungsverfahren zu groß und die Feldmomente des anschließenden Riegelendfeldes zu klein ermittelt werden. Aus Sicherheitsgründen sollte daher die Bewehrung des Riegelendfeldes für ein um 30 % des rechnerisch-theoretischen Wertes abgemindertes Riegel-Endeinspannmoment bemessen werden; im Hinblick auf die Vermeidung zu großer Rißbreiten im Gebrauchszustand sollte jedoch von einer Herabsetzung des rechnerisch-theoretischen Riegel-Endeinspannmomentes und einer entsprechenden Reduktion der Anschlußbewehrung Abstand genommen werden.

Des weiteren ist hier von Bedeutung, daß die Einleitung von Biegemomenten aus einem Riegel in einen durchgehenden Rahmen-Endstiel nicht gleichwertig nach oben bzw. nach unten erfolgt, weil es i. allg. nicht gelingt, die Anschlußbewehrung zwischen Riegel und Stiel nach oben und unten gleichwertig wirkend auszubilden. Bei theoretisch gleichen Steifigkeitswerten des oberen und unteren Stieles wird deutlich mehr als die Hälfte des Riegeleinspannungsmomentes "nach unten" eingeleitet. Naturgemäß sind Beobachtungen dieser Art abhängig von der Höhe des Beanspruchungsgrades; die Aufteilung des Riegeleinspannmomentes in den oberen und unteren Rahmenstiel ergibt sich für den Gebrauchszustand anders als für den Bruchzustand.

In Extremfällen ergeben sich im Stiel eines Rahmen-Endknotens in Höhe der Riegelunterkante bzw. der Riegeloberkante sehr große Biegemomente entgegengesetzten Vorzeichens; dies kann dazu führen, daß über die Riegelhöhe hinweg in der durchlaufenden, lotrechten Bewehrung des Stieles so große Stahlspannungs-Differenzen durch Verbund aufgenommen werden müssen, daß die zulässigen Verbundspannungswerte nach DIN 1045, Abschn. 18.4, Tabelle 19, überschritten werden. In diesem Fall dürfen die jeweils auf der Druckseite der Stielanschnitte angeordneten Längsbewehrungen für die Aufnahme der Schnittgrößen **n i c h t** herangezogen werden, bzw. die Verbundspannungen im Knoten sind durch Zulage von Bewehrungsstäben zu reduzieren [3]. Dieser Fall wird in Beispiel 8 gezeigt.

BEISPIEL 1 a: TREPPENLAUFPLATTE (Fertigteil)

Für die abgebildete Treppenlaufplatte als Fertigteil ist die Bemessung durchzuführen und die Konstruktionszeichnung zu erstellen.

1. System

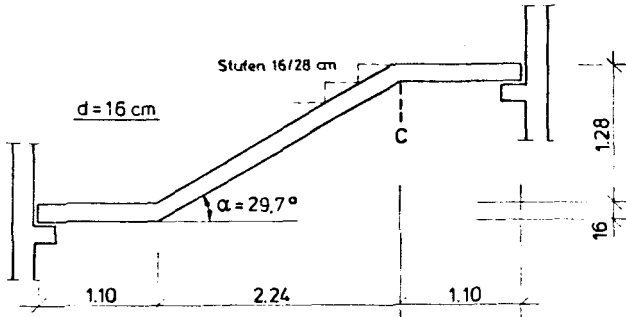
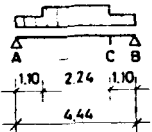


Bild 2 Schnitt durch das Fertigteil

2. Belastung

a) Podest: Estrich, Belag, Eigengewicht	$g = 5,60 \text{ kN/m}^2$
Verkehrslast	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
	$q = 10,60 \text{ kN/m}^2$
b) Lauf: Stufen, Eigengewicht	$g = 8,60 \text{ kN/m}^2$
Verkehrslast	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
	$q = 13,60 \text{ kN/m}^2$

3. Schnittgrößen



$$A = B = 10,60 \cdot 4,44/2 + 3,00 \cdot 2,24/2 = 26,9 \text{ kN/m}$$

$$\max m_F = 26,9 \cdot 2,22 - 10,6 \cdot 2,22^2/2 - 3,00 \cdot 1,12^2/2 = 31,7 \text{ kNm/m}$$

$$m_C = 26,9 \cdot 1,10 - 10,6 \cdot 1,10^2/2 = 23,2 \text{ kNm/m}$$

4. Bemessung

Baustoffe: B 25, BSt 420/500
Querschnitt: $b/d/h = 100/16/14 \text{ cm}$

Feld:

$$k_h = 14/\sqrt{31,7} = 2,48 \rightarrow k_s = 4,7$$

$$\text{erf } a_s = 4,7 \cdot 31,7/14 = 10,6 \text{ cm}^2/\text{m}; \mu = 10,6/14 = 0,76 \%$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 10,6 = 2,12 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Schnitt C:

$$k_h = 14/\sqrt{23,2} = 2,91 \rightarrow k_s = 4,6$$

$$\text{erf } a_s = 4,6 \cdot 23,2/14 = 7,62 \text{ cm}^2/\text{m}; \mu = 7,62/14 = 0,54 \%$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 7,62 = 1,52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{ss} = 0,5 \cdot 7,62 = 3,81 \text{ cm}^2/\text{m}$$

unvollständig, auf 10

DIN 1045, 18.9.3, 2. Abs.:

$\alpha < 45^\circ$: Die Leibung ist nur schwach geknickt. Hinsichtlich Betonfestigkeitsklasse und Stahlsorte werden keine Anforderungen gestellt. Bei Verwendung von Beton mit einer Festigkeitsklasse $< B 25$ ist eine Vergrößerung der Schnittkräfte nicht erforderlich.

Die Ermittlung der Lasten erfolgt nach DIN 1055.

Die Schnittgrößen müssen auch für den Knickpunkt bestimmt werden. Normalkräfte im Knickpunkt dürfen bei Treppen i. allg. vernachlässigt werden.

DIN 1045, 18.9.3 a)
Knickwinkel $\alpha = 29,7^\circ < 45^\circ$: Eine zusätzliche Schrägbewehrung ist nicht erforderlich. Durch eine Schrägbewehrung erhöht sich jedoch die Biegesteifigkeit im Knick; es wird daher empfohlen, bei allen abgeknickten Bauteilen, bei denen es auf geringe Verformungen ankommt, eine Schrägbewehrung anzuordnen.
Hier gewählt: $a_{ss} \approx 0,5 a_s$

5. Bewehrungsführung

Hauptbewehrung $\emptyset 12$, $s = 10$ cm mit $a_s = 11,3$ cm²/m
 Querbewehrung $\emptyset 10$, $s = 30$ cm mit $a_s = 2,62$ cm²/m
 Podest $\emptyset 10$, $s = 10$ cm mit $a_s = 7,85$ cm²/m
 Podest Querbewehrung $\emptyset 8$, $s = 30$ cm mit $a_s = 1,68$ cm²/m
 Schrägbewehrung $\emptyset 8$, $s = 10$ cm mit $a_s = 5,00$ cm²/m
 zusätzliche Querbewehrung im Stoßbereich:

1 $\emptyset 10$ als Steckbügel

Verankerungslänge Hauptbewehrung Podest

$$l \geq \frac{d}{2} = 16/2 = 8 \text{ cm; gewählt } 20 \text{ cm}$$

Biegerollendurchmesser: $d_{br} = 12$ cm

$$\cong \text{zul } d_{br} = 10 d_s = 12 \text{ cm}$$

kleine

In Beispiel 1 wurde vorausgesetzt, daß der Treppenlauf statisch bestimmt als Balken auf 2 Stützen gelagert ist. In vielen Fällen wird jedoch der Treppenlauf zwischen Podestplatten gespannt, die meist 3seitig aufliegen und vielfach Randeinspannungen besitzen. Das statische System entspricht dann in der Regel weitgehend dem folgenden Beispiel 1 b.

In diesen Fällen kann die bisher gebräuchliche, vereinfachte Bewehrungsführung angewendet werden, solange der Bewehrungsgehalt 0,4 % nicht überschreitet [3].

BEISPIEL 1 b: TREPPENLAUFPLATTE (Ortbeton)

Vorbemerkung: Die Laufplatte wird nur an den freien Rändern der Podestplatte elastisch eingespannt gestützt. Die Podestplatten der Treppe sind an den drei äußeren Rändern einspannungsfrei gelagert.

1. System

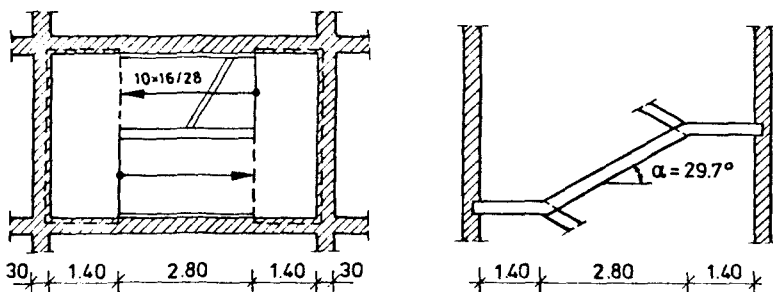


Bild 3 Grundriß und Schnitt Ortbetontreppe

2. Belastung (wie in Beispiel 1 a)

a) Podest: Estrich, Belag, Eigengewicht $q = 10,60$ kN/m²
 Verkehrslast

b) Lauf: Stufen, Eigengewicht $q = 13,60$ kN/m²
 Verkehrslast

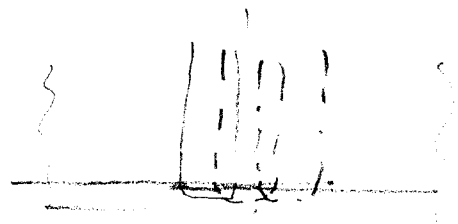
Zusätzliche Querbewehrung zur wirkungsvollen Behinderung der Querdehnung und Erhöhung der Tragsicherheit.

Verankerungslänge nach DIN 1045, Bild 30

DIN 1045, Tab. 18, Fußnote 32

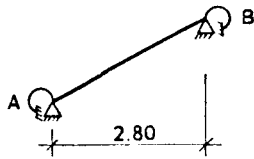
Im Randbereich ist die seitliche Betondeckung ~~größer~~ 10 cm: zul $d_{br} = 15 d_s$;

aufgrund vorliegender Geometrie kann der zulässige Biegerollendurchmesser nicht eingehalten werden. Gegen den Biegerollendurchmesser von $d_{br} = 10 d_s$ bestehen keine Bedenken, da die Querdehnung im Knotenbereich zusätzlich behindert wird.



3. Schnittgrößen für den Lauf

Statisches System



$$\begin{aligned} \min m_A = \min m_B &\geq -13,60 \cdot 2,80^2 / 12 = -8,88 \text{ kNm/m} \\ \max m_F &\leq 13,60 \cdot 2,80^2 / 12 = +8,88 \text{ kNm/m} \\ n &= \pm \frac{13,60 \cdot 2,80}{2} \cdot \sin 29,7^\circ = \pm 9,43 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

(Auflager A-Druck, Auflager B-Zug)

4. Bemessung Baustoffe: B 25, BSt 420/500
Querschnitt: b/d/h = 100/16/14 cm

$$\begin{aligned} m_{sB} &= 8,88 - 9,43 (0,14 - 0,16/2) = 8,31 \text{ kNm/m} \\ k_h &= 14 / \sqrt{8,31} = 4,86 \quad \rightarrow \quad k_s = 4,4 \\ \text{erf } a_{sB} &= 4,4 \cdot 8,31 / 14 + 9,43 / 24 = 3,00 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \text{erf } a_{sq} &= 0,20 \cdot 3,0 = 0,60 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \mu_o &= 3,00 \cdot 100 / 100 \cdot 16 = 0,19 \% < 0,4 \% \end{aligned}$$

5. Bewehrungsführung

$$\begin{aligned} \text{Hauptbewehrung } \emptyset 8, s &= 15 \text{ cm} \quad \text{mit } a_s = 3,35 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \text{Querbewehrung } \emptyset 6, s &= 30 \text{ cm} \quad \text{mit } a_s = 0,95 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

Verankerung der Biegezugbewehrung in der Druckzone:

$$\text{Verbundbereich I: } l_o = \frac{420 \cdot 0,8}{7 \cdot 1,8} = 27 \text{ cm}$$

Verankerungslänge Hauptbewehrung:

Der Momentennullpunkt für das errechnete Stützmoment liegt bei $l' \approx 0,2 \cdot l = 0,2 \cdot 2,80 = 0,56 \text{ m}$

Bezogen auf die geneigte Länge des Bauteils ergibt sich:

$$l' = 0,56 / \cos 29,7^\circ = 0,64 \text{ m}$$

$$\text{Verankerungslänge mit } l_1 = \alpha_1 \cdot \frac{\text{erf } a_s}{\text{vorh } a_s} \cdot l_o$$

$$l_1 \approx 1,0 \cdot \frac{3,00}{3,35} \cdot 0,27 = 0,24 \text{ m}$$

$$\text{Versatzmaß } v = 1,0 \cdot 0,14 = 0,14 \text{ m}$$

Länge ab Kreuzungspunkt Bewehrung

$$l = 0,64 + 0,24 + 0,14 = 1,02 \text{ m}$$

Die Schnittgrößen werden nur für den Lauf berechnet. Das zugrunde gelegte Ersatzsystem berücksichtigt hinreichend genau die sich infolge des Knickes ausbildende elastische Einspannung des Laufs in die horizontal unverschieblich gelagerten Podeste. Eine genauere Berechnung der Schnittgrößen kann z. B. nach Faltwerktheorie erfolgen. Das minimale Stützmoment wird auf der sicheren Seite liegend für Volleinspannung gerechnet.

DIN 1045, 18.9.3, 2. Absatz:
 $\alpha < 45^\circ$: Eine Erhöhung der Schnittgrößen ist bei Verwendung eines Betons mit einer Betonfestigkeitsklasse $< B 25$ oder ungeripptem Stahl nicht erforderlich.

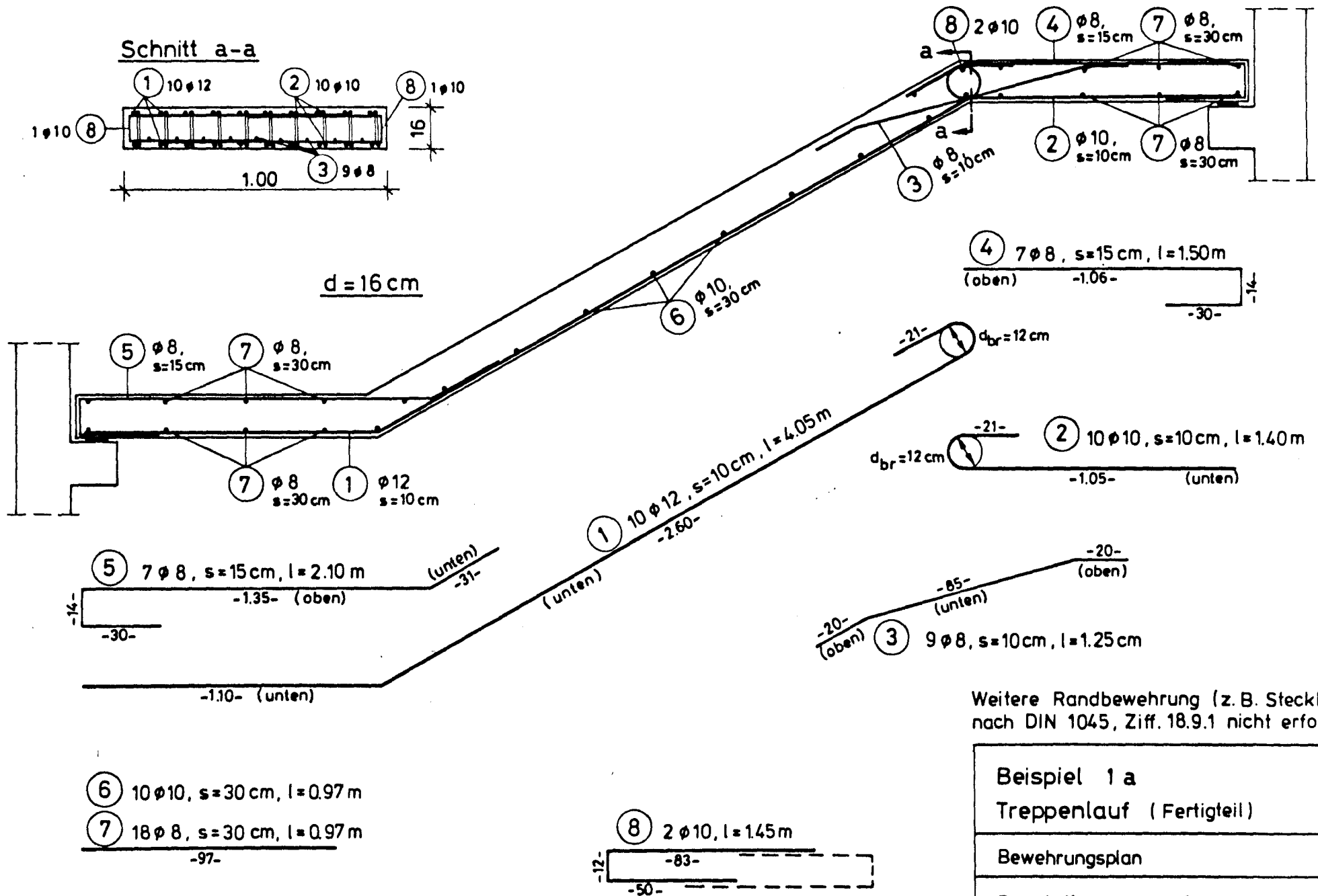
Die Bemessung erfolgt nur für den Schnitt mit der ungünstigsten Lastfallkombination, d. h. Biegemoment mit Zugkraft.

$\mu < 0,4$ %: Da hier eine Ortbetonkonstruktion vorliegt und sich eine günstig wirkende Faltwerk-Tragwirkung einstellt, darf die bisher gebräuchliche vereinfachte Bewehrungsführung angewendet werden.

DIN 1045, Gleichung (21) und Tabelle 19:
zul $\tau_1 = 1,8 \text{ MN/m}^2$

Auslegung des DAfStb (Beton- und Stahlbetonbau 11/1980). Bei nicht schlaufenartiger Bewehrungsführung in Rahmenecken oder geknickten Leibungen sind die Biegezugbewehrungen in der Druckzone mit l_o nach Gleichung (21) zu verankern; dabei ist die Bewehrung mindestens bis zum Druckrand zu führen und mit einem Winkelhaken zu versehen. Liegt das zu verankernde Stabende sowohl im Verbundbereich I wie auch im Verbundbereich II, darf dies bei der Berechnung von l_o anteilig berücksichtigt werden.

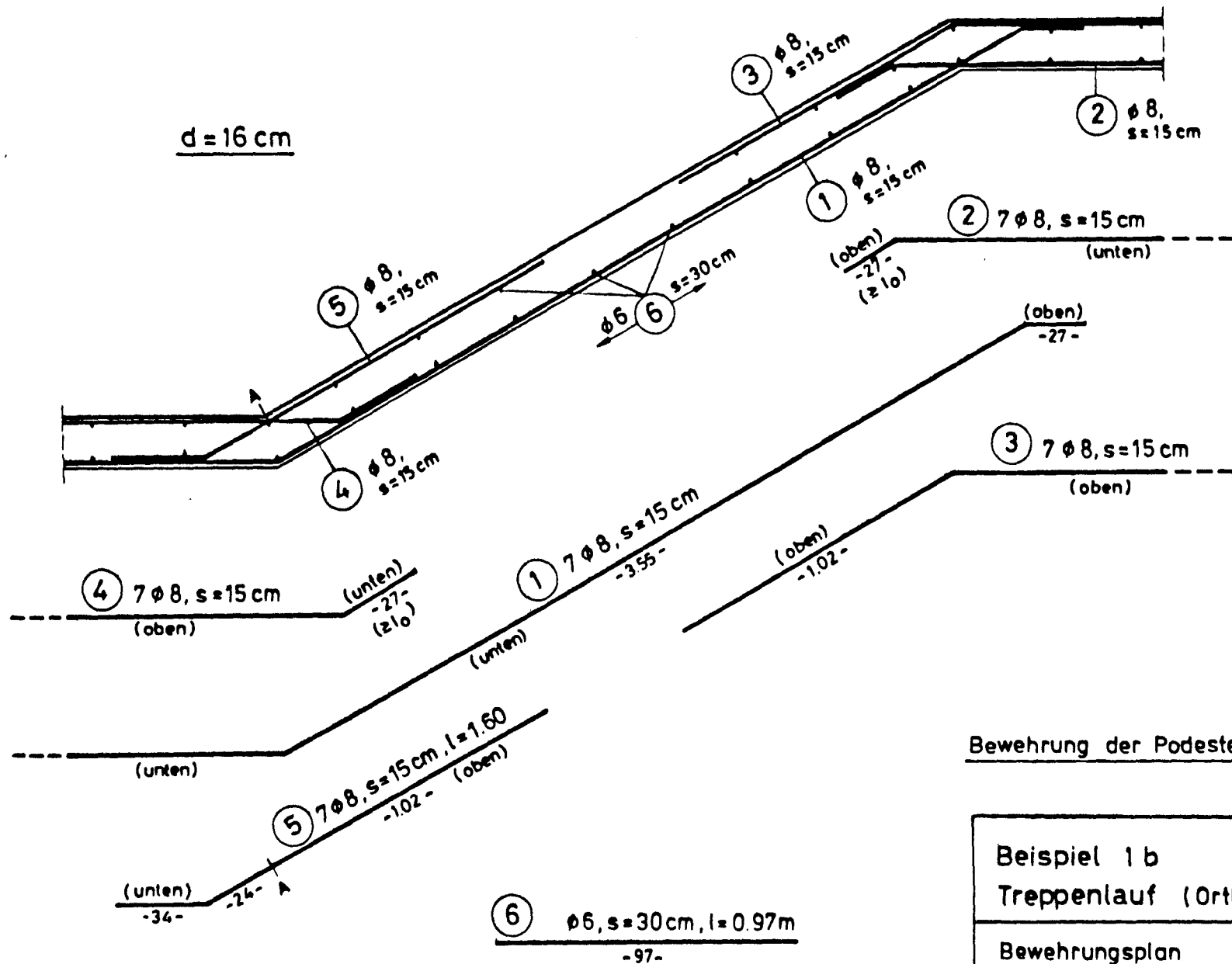
DIN 1045, Gleichung (22)



Beispiel 1 a
Treppenlauf (Fertigteil)

Bewehrungsplan

Baustoffe : B 25 , BSt 420/500
Betondeckung : 1 cm



Der Punkt A kennzeichnet jeweils den Beginn der Verankerungslänge

Bewehrung der Podeste nicht dargestellt!

Beispiel 1 b
Treppenlauf (Ortbeton)

Bewehrungsplan

Baustoffe : B 25 , BSt 420/500
Betondeckung : 1 cm

BEISPIEL 2: EINGESPANNTER HALBRAHMEN

Die Rahmenecke mit Balkenquerschnitt für die Abstützung eines Versuchsgerüsts ist mit den angegebenen Schnittgrößen zu bemessen.

1. System und Querschnitte

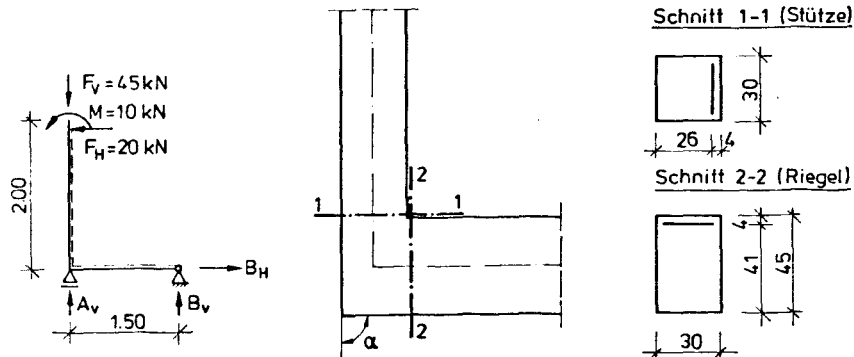


Bild 4

2. Schnittgrößen auf Querschnittsachse bezogen

Stütze: $M = 50 \text{ kNm}$; $N = -45 \text{ kN}$; $Q = 20 \text{ kN}$
 Riegel: $M = 50 \text{ kNm}$; $N = +20 \text{ kN}$; $Q = 33 \text{ kN}$

3. Bemessung

Annahme: kein KSNW erforderlich
 Baustoffe: B 35, BSt 420/500

a) Schnitt 1 - 1

$$\begin{aligned} b/d/d_1/d_2/h &= 30/30/4/4/26 \text{ cm} \\ M_{1-1} &= 50 - 20 \cdot (0,45/2 - 0,04) = 46,3 \text{ kNm} \\ M_{1-1,s} &= 46,3 + 45 (0,26 - 0,15) = 51,3 \text{ kNm} \end{aligned}$$

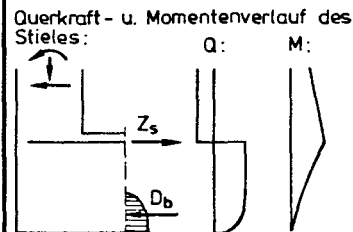
$$\begin{aligned} k_h &= 26/\sqrt{51,3/0,30} = 1,99 > k_h^* = 1,50 \\ k_s &= 4,8; k_z = 0,87 \\ \text{erf } A_s &= 4,8 \cdot 51,3/26 - 45/24 = 9,5 - 1,9 = 7,6 \text{ cm}^2 \\ \mu_{1-1} &= 7,6 \cdot 100/30 \cdot 30 = 0,84 \% > 0,4 \% \end{aligned}$$

b) Schnitt 2 - 2

$$\begin{aligned} b/d/h &= 30/45/41 \text{ cm} \\ M_{2-2} &= 50 - 33 \cdot (0,30/2 - 0,04) = 46,4 \text{ kNm} \\ M_{2-2,s} &= 46,4 - 20 (0,41 - 0,225) = 42,7 \text{ kNm} \\ k_h &= 41/\sqrt{42,7/0,30} = 3,44 > k_h^* = 1,50 \\ &+ k_s = 4,5; k_z = 0,93 \\ \text{erf } A_s &= 4,5 \cdot 42,7/41 + 20/24 = 4,7 + 0,8 = 5,5 \text{ cm}^2 \\ \mu_{2-2} &= 5,5 \cdot 100/30 \cdot 45 = 0,41 \% > 0,4 \% \end{aligned}$$

DIN 1045, 18.9.3
 Knickwinkel $\alpha = 90^\circ (> 45^\circ)$
 Verwendung von Beton der Festigkeitsklasse B 25 oder höher sowie Betonrippenstahl vorgeschrieben. Anderenfalls sind die Bemessungsschnittgrößen um den Faktor 1,5 zu erhöhen.

Betonfestigkeitsklasse B 35 \geq B 25



Maßgebend für die Bemessung ist nicht das Anschnittmoment, sondern das Moment in Höhe der horizontal einmündenden Riegelbewehrung; bei geringem Gradient des Stielmoments kann die Bemessung auch im Anschnitt OK-Riegel erfolgen.

Die Bemessung erfolgt nach dem k_h -Verfahren.

μ darf hier auf den Gesamtquerschnitt $b \times d$ bezogen werden.

Bemessungsverfahren wie im Schnitt 1 - 1

c) Schrägbewehrung (maßgebend Schnitt 1 - 1)

$$\begin{aligned} M_{1-1} &= 46,3 \text{ kNm} \\ e/d &= 46,3/45 \cdot 0,30 = 3,4 > 3,0 \\ A_{s,M} &= 4,8 \cdot 46,3/26 = 8,5 \text{ cm}^2 \\ \mu_M &= 8,5 \cdot 100/30 \cdot 30 = 0,94 \% > 0,4 \% < 1,0 \% \\ A_{ss} &= 0,5 \cdot 8,5 = 4,2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. Bewehrungsführung

Schnitt 1 - 1: gewählt 5 Ø 14 mit $A_s = 7,7 \text{ cm}^2$

Biegerollendurchmesser: erf $d_{br} = 20 d_s = 20 \cdot 1,4 = 28 \text{ cm}$

Aufgrund der vorgegebenen Geometrie ergibt sich jedoch:

$$\text{zul } d_{br} = 30 - 2 (1,5 + 1,0 + 1,4) = 22,2 \text{ cm} \sim 15 d_s$$

$\begin{array}{c} | \\ c \\ | \\ d_{s,Bügel} \\ | \\ d_s \end{array}$

$$\begin{aligned} \text{neu gewählt: } 2 \text{ Ø } 12 \text{ mit } A_s &= 2,3 \text{ cm}^2 \text{ (außenliegend)} \\ + 4 \text{ Ø } 14 \text{ mit } A_s &= \frac{6,2 \text{ cm}^2}{8,5 \text{ cm}^2} > \text{erf } A_s = 7,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

für Ø 12 gilt:

$$\begin{aligned} \text{erf } d_{br} &= 20 \cdot 1,2 = 24 \text{ cm} \sim \text{zul } d_{br} \\ \text{zul } d_{br} &= 30 - 2 (1,5 + 1,0 + 1,2) = 22,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Verankerungslänge: } l \approx \frac{d}{2} = 30/2 = 15 \text{ cm}$$

Schnitt 2 - 2: gewählt 4 Ø 14 mit $A_s = 6,2 \text{ cm}^2$

seitliche Betondeckung

$$c = 1,5 + 1,0 + 1,2 + \sim 1,4 = 5,1 \text{ cm} > 5,0 \text{ cm} > 3 d_s = 3 \cdot 1,4 = 4,2 \text{ cm}$$

$\begin{array}{c} | \\ c \\ | \\ d_{s,Bg} \\ | \\ d_{s1} \end{array} \quad \begin{array}{c} | \\ d_{s2} \end{array}$

$$+ \text{erf } d_{br} = 15 \cdot 1,4 = 21 \text{ cm}$$

$$\text{Verankerungslänge: } l' = 0,5 \cdot 45 = 22,5 \text{ cm}$$

Diagonalbewehrung

$$3 \text{ Ø } 14 \text{ mit } A_s = 4,6 \text{ cm}^2$$

$$\text{Verankerungslänge: } l_o = 39 \text{ cm}$$

DIN 1045, 18.9.3 a)
 $\mu_1, \mu_2 > 0,4 \%$, d. h., es ist eine Schrägbewehrung anzuordnen. Nach DIN 1045 ist stets eine Schrägbewehrung anzuordnen, wenn ein Biegemoment, das einem Bewehrungsanteil von $\mu > 0,4 \%$ entspricht, umgeleitet werden soll. Dabei ist μ der größere der beiden Bewehrungsprozentsätze der anschließenden Bauteile.

Für große bezogene Ausmitten ($e/d > 3,0$) darf näherungsweise der Bewehrungsgehalt zugrunde gelegt werden, der sich aus der Bemessung für Biegung mit Achskraft ergibt. Hier wird der Vollständigkeit halber der Bewehrungsanteil des Biegemomentes ermittelt.

DIN 1045, Tab. 18, Zeile 6

Für die außenliegenden Stäbe ist die Betondeckung rechtwinklig zur Krümmungsebene $c < 5,0 \text{ cm}$, und somit beträgt erf $d_{br} = 20 d_s$. Bei Verwendung von Bewehrungsstäben Ø 14 ist im vorliegenden Fall die Einhaltung von erf d_{br} nicht möglich. Im allg. sollte dann der Betonquerschnitt vergrößert werden; hier werden jedoch außen dünnere Bewehrungsstäbe angeordnet, mit denen erf d_{br} annähernd eingehalten werden kann.

DIN 1045, 18.9.3, Bild 30

DIN 1045, Tab. 18, Zeile 5

DIN 1045, Bild 30

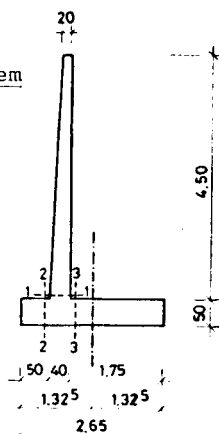
DIN 1045, 18.9.3 a)

Ausbildung der Diagonalbewehrung

BEISPIEL 3: WINKELSTÜTZWAND

Eine Winkelstützwand ist für die angegebene Belastung zu bemessen.

1. System



$$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$K_{ah} = 0,33$$

Bild 5 Winkelstützwand

2. Belastung

a) vertikal

Bauteil	$F_v = A \cdot \gamma$	d	$m_k = F_v \cdot d$
-	kN/m	m	kNm/m
Wand	$0,30 \cdot 4,50 \cdot 25 = 33,8$	0,575	+ 19,4
Fuß	$2,65 \cdot 0,50 \cdot 25 = 33,1$	-	-
Erdkörper	$1,75 \cdot 4,50 \cdot 18 = 141,8$	- 0,45	- 63,8
	$\Sigma F_v = 208,7$		$\Sigma m_k = -44,4$

b) horizontal

$$e_{ah_{1-1}} = 4,50 \cdot 0,33 \cdot 18 = 26,7 \text{ kN/m}^2$$

$$e_{ah_{Sohle}} = 5,00 \cdot 0,33 \cdot 18 = 29,7 \text{ kN/m}^2$$

$$m_s = 29,7 \cdot 5,00^2 / 6 = 123,8 \text{ kNm/m}$$

Bodenkennwerte nach DIN 1055, Teil 2

Eine Verkehrslast auf dem Erdkörper wird zur Vereinfachung der Rechnung nicht angesetzt. Ebenso wird eine vertikale Belastung des vorderen Sporns infolge einer geringen Auflast (Gründungstiefe frostfrei > 0,80 m) vernachlässigt.

Im folgenden sollen nur die Nachweise geführt werden, die für die Bestimmung der Schnittgrößen in den Schnitten 1, 2 und 3 erforderlich sind. Nachweise der Gleitsicherheit und Standsicherheit werden hier nicht geführt.

d: Exzentrizität bezogen auf die Fundamentmitte in Sohlebene

e_{ah} : Horizontale Komponente des Erddrucks

d_k : Kernweite der Fundamentsohle

In der Fundamentsohle tritt keine klaffende Fuge auf: Ermittlung der Bodenpressung nach Zustand I

3. Bodenpressungen

$$\Sigma m = 123,8 - 44,4 = 79,4 \text{ kNm/m}$$

$$e = 79,4 / 208,7 = 0,380 \text{ m} < d_k = 2,65 / 6 = 0,442 \text{ m}$$

$$\sigma = - \frac{208,7}{2,65 \cdot 1,00} \pm \frac{208,7 \cdot 0,380 \cdot 6}{1,0 \cdot 2,65^2} = - 78,7 \pm 67,8 = - 10,9 / - 146,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{2-2} = - 78,7 - 67,8 \cdot 0,825 / 1,325 = - 120,9 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{3-3} = - 78,7 - 67,8 \cdot 0,425 / 1,325 = - 100,4 \text{ kN/m}^2$$

infolge Eigengewicht Bodenplatte

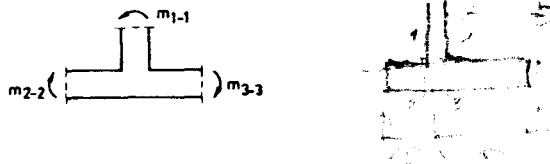
$$\sigma' = 0,50 \cdot 25 / 1,00^2 = 12,5 \text{ kN/m}^2$$

4. Schnittgrößen

$$m_{1-1} = 26,7 \cdot 4,50^2/6 = 90,1 \text{ kNm/m}$$

$$m_{2-2} = 146,5 \cdot 0,50^2/3 + 120,9 \cdot 0,50^2/6 - 12,5 \cdot 0,50^2/2 = 15,7 \text{ kNm/m}$$

$$m_{3-3} = 10,9 \cdot 1,75^2/3 + 100,4 \cdot 1,75^2/6 - (12,5 + 4,50 \cdot 18) \cdot 1,75^2/2 = -80,8 \text{ kNm/m}$$



Bei Ermittlung der Schnittgrößen bleibt das Eigengewicht der Bodenplatte außer Ansatz, da dieses keine biegende Pressung verursacht.

Die Anschnittmomente stehen untereinander nur mit den dazugehörigen Anschnittsquerkräften im Gleichgewicht. Diese sind hier jedoch nicht dargestellt.

5. Bemessung

Baustoffe: B 25, BSt 420/500

Schnitt 1-1

$$k_h = 36 / \sqrt{90,1} = 3,79 \leftarrow k_s = 4,5$$

$$\text{erf } a_s = 4,5 \cdot 90,1/36 = 11,26 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 11,26 = 2,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\mu_{1-1} = 11,26/40 = 0,28 \% < 0,4 \%$$

DIN 1045, 18.9.3, 2. Abs.:
Mindestgüte der Baustoffe

Die Bemessung erfolgt nach dem k_h -Verfahren. Normalkräfte infolge Eigenlasten oder Wandreibung werden hier vereinfachend vernachlässigt. Der Bemessung werden hier die Momente am Anschnitt zugrunde gelegt (vgl. hierzu die Erläuterungen zu Beispiel 2, Punkt 3), da der Momentengradient sehr flach verläuft.

Schnitt 2-2

$$d/h \approx 1,0 \leftarrow \text{Bemessung als Konsole}$$

$$\text{erf } a_s = 15,7/0,85 \cdot 0,46 \cdot 24 = 1,67 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Schnitt 3-3

$$k_h = 46 / \sqrt{80,8} = 5,12 \leftarrow k_s = 4,4$$

$$\text{erf } a_s = 4,4 \cdot 80,8/46 = 7,73 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 7,73 = 1,55 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\mu_{3-3} = 7,73/50 = 0,15 \% < 0,4 \%$$

DIN 1045, 18.9.3 a)

$\mu_{1-1} < 0,4 \%$
 $\mu_{3-3} < 0,4 \%$ } keine Schrägbewehrung erforderlich

Schrägbewehrung

$$a_{ss} = 0,5 \cdot 11,26 = 5,63 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Bei vorliegendem Bauteil mit erdberührten Flächen wird jedoch zur Verringerung der Gefahr eines Kehlrissses grundsätzlich eine Schrägbewehrung empfohlen.

6. Bewehrung

Schnitt 1-1 (Wand):

$$\emptyset 16, s = 17,5 \text{ cm mit } a_s = 11,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Querbewehrung

$$\emptyset 10, s = 30 \text{ cm mit } a_s = 2,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verankerungslänge (Verbundbereich I)

$$\text{zul } \tau_1 = 1,8 \text{ MN/m}^2$$

$$l_o = \frac{420}{7 \cdot 1,8} \cdot 1,6 = 54 \text{ cm}$$

$$d_{br} = 10 d_s = 10 \cdot 1,6 = 16 \text{ cm}$$

$$\text{Querbewehrung: } \emptyset 10, a = 30 \text{ cm mit } a_s = 2,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Schnitt 2-2 (unten): } \emptyset 8, s = 17,5 \text{ cm mit } a_s = 2,87 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Schnitt 3-3 (oben): } \emptyset 14, s = 17,5 \text{ cm mit } a_s = 8,79 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Verankerungslänge (Verbundbereich II)

$$\text{zul } \tau_1 = 0,5 \cdot 1,8 = 0,9 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{erf } l_o = \frac{420}{7 \cdot 0,9} \cdot 1,4 = 93 \text{ cm} > \text{vorh } l = \frac{40}{2} + 45 = 65 \text{ cm}$$

$$d_{br} = 10 d_s = 10 \cdot 1,4 = 14 \text{ cm}$$

$$\text{Querbewehrung: } \emptyset 8, s = 30 \text{ cm mit } a_s = 1,68 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{Schrägbewehrung: } \emptyset 12, s = 20 \text{ cm mit } a_s = 5,65 \text{ cm}^2/\text{m}$$

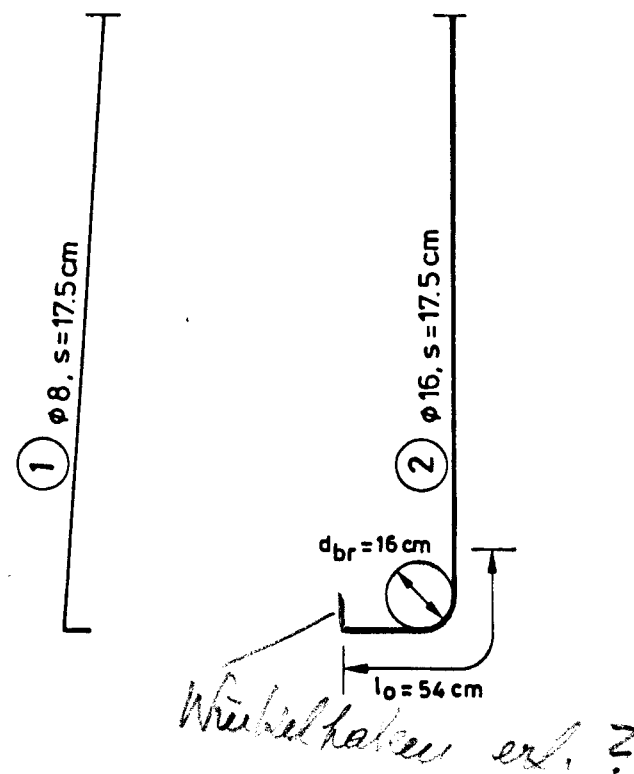
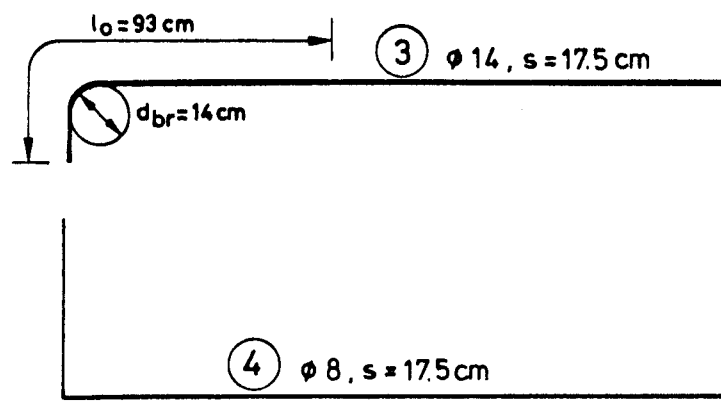
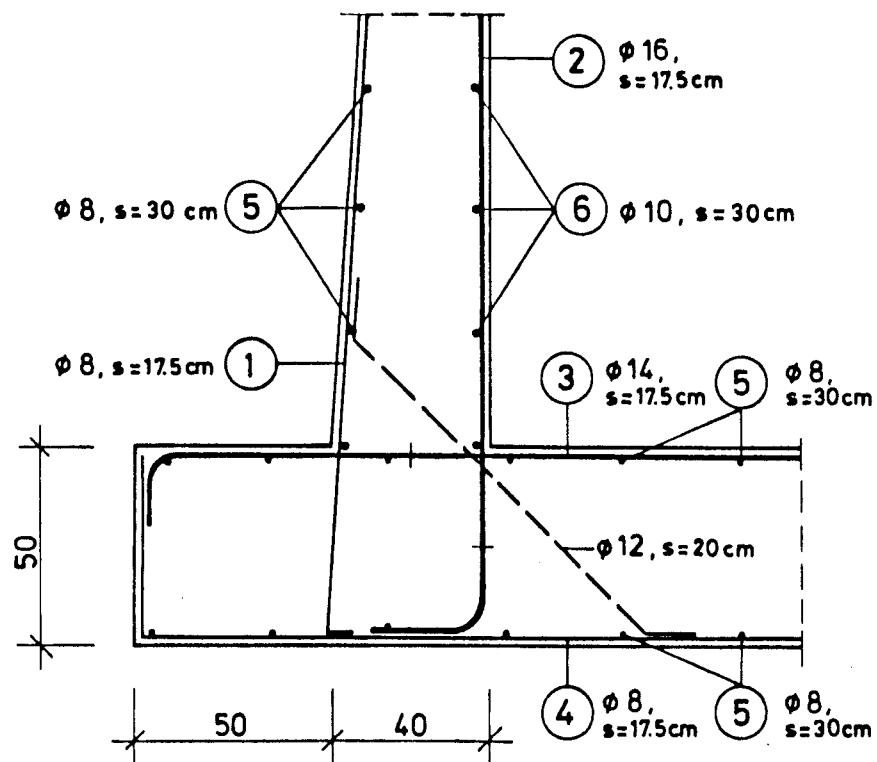
Auslegung des DAfStb (Beton- und Stahlbetonbau 11/1980): Bei nicht schlaufenartiger Bewehrungsführung in Rahmen-ecken oder geknickten Leibungen sind die Biegezugbewehrungen in der Druckzone mit l_o nach Gleichung (21) zu verankern; dabei ist die Bewehrung mindestens bis zum Druckrand zu führen und mit einem Winkelhaken zu versehen. Liegt das zu verankernde Stabende sowohl im Verbundbereich I wie auch im Verbundbereich II, darf dies bei der Berechnung von l_o anteilig berücksichtigt werden.

DIN 1045, 18.4, Tab. 19

DIN 1045, Gleichung (21)

Die Verankerungslänge l_o darf näherungsweise ab Querschnittsmitte gerechnet werden. Bei Biegung mit Achszug ist diese Annahme jedoch nicht zulässig.

DIN 1045, Tab. 18, Zeile 5 und Fußnote 3



Beispiel 3 Stützwand

Bewehrungsplan

Baustoffe: B 25 , BSt 420/500
Betondeckung: 2 cm

BEISPIEL 4: FLÜGELWÄNDE EINES WIDERLAGERS,
Querschnittsdicke $d > 1,00$ m

Die Flügelwände und Widerlagerwand eines schiefwinkligen Widerlagers sollen im Knotenbereich mit den angegebenen Schnittgrößen bemessen werden. Die Bemessung erfolgt für eine Streifenbreite von 1,0 m. Zu beachten ist, daß die Dicke der Querschnitte 1,0 m übersteigt; daher ist gemäß DIN 1045 (1978), Abschn. 18.9.3, eine schlaufenförmige Bewehrungsführung nach Bild 30 (DIN 1045) ohne weitere Nachweise nicht erlaubt.

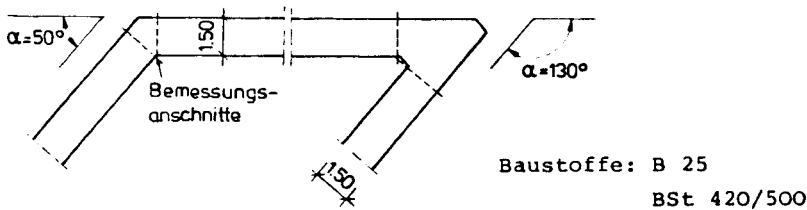


Bild 6 Grundriß Widerlager

2. Schnittgrößen

Anschnitt Flügelwand: $m = 800$ kNm/m; $n = + 200$ kN/m
Anschnitt Widerlagerwand: $m = 850$ kNm/m; $n = + 400$ kN/m

3. Bemessung

a) Flügelwand:

$$\begin{aligned} m_s &= 800 - 200 (1,40 - 0,75) = 670 \text{ kNm/m} \\ k_h &= 140 / \sqrt{670} = 5,41 \leftarrow k_s = 4,4; k_x = 0,12; k_z = 0,96 \\ \text{erf } a_s &= 4,4 \cdot 670 / 140 + 200 / 24 = 21,0 + 8,3 = 29,3 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \mu &= 29,3 / 150 = 0,20 \% < 0,4 \% \end{aligned}$$

b) Widerlagerwand:

$$\begin{aligned} m_s &= 850 - 400 (1,40 - 0,75) = 590 \text{ kNm/m} \\ k_h &= 140 / \sqrt{590} = 5,76 \leftarrow k_s = 4,4; k_x = 0,12; k_z = 0,96 \\ \text{erf } a_s &= 4,4 \cdot 590 / 140 + 400 / 24 = 18,5 + 16,7 = 35,2 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \mu &= 35,2 / 150 = 0,23 \% < 0,4 \% \end{aligned}$$

c) Bewehrungsanteil infolge des Biegemomentes:

$$\begin{aligned} a_{s,m} &= 4,4 \cdot 850 / 140 = 26,7 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \mu_m &= 26,7 / 150 = 0,18 \% < 0,4 \% \end{aligned}$$

d) Berechnung der Umlenkkräfte:

$$\begin{aligned} \text{Druckkraft Wand: } m_s &= 590 \text{ kNm/m} \\ D_{bW} &= m_s / z = 590 / 0,96 \cdot 1,40 = 439 \text{ kN/m} \\ \text{Druckkraft Flügel: } m_s &= 670 \text{ kNm/m} \\ D_{bF} &= 670 / 0,96 \cdot 1,40 = 498 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

DIN 1045, 18.9.3, 2. Absatz

Die Knickwinkel α sind in beiden Knotenbereichen größer 45° ; sie dürfen nur unter Verwendung von Beton der Festigkeitsklasse B 25 und Betonrippenstahl ausgeführt werden.

DIN 1045, 18.9.3 a

Auf der rechten Widerlagerseite ist der Knickwinkel $\alpha > 100^\circ$; zur Aufnahme der Schrägbewehrung ist eine Voute auszubilden, und A_{ss} ist für das gesamte umzuleitende Moment zu bemessen.

Die angegebenen Schnittgrößen beziehen sich auf die jeweiligen Bemessungsanschnitte und sind für die stumpfe und spitze Ecke gleich groß. Die zum Gleichgewicht erforderlichen Querkkräfte und äußeren Belastungen im Bereich der Ecke sind hier nicht dargestellt.

Die Bemessung erfolgt nach dem k_h -Verfahren. Weitere, i. allg. erforderliche Nachweise - z. B. der Nachweis der Beschränkung der Rißbreite oder Schubbemessung - werden hier nicht geführt.

DIN 1045, 18.9.3 a)

Die Grenze für die Anordnung einer Schrägbewehrung bezieht sich auf den Bewehrungsanteil aus Biegemoment. Da $\mu_m < 0,4 \%$ ist, wird auf eine Schrägbewehrung verzichtet.

DIN 1045, 18.9.3 a, 2. Absatz

Bauteildicke $d > 1,00$ m: Alle Umlenkkräfte sind durch eine geeignete Bewehrung aufzunehmen.

Nach dem Cosinussatz ergibt sich die Resultierende

1. in der stumpfen Ecke

$$Z_{D1} = \sqrt{D_{bF}^2 + D_{bW}^2 - 2 \cdot D_{bF} \cdot D_{bW} \cdot \cos \gamma}$$

$$= \sqrt{498^2 + 439^2 - 2 \cdot 498 \cdot 439 \cdot \cos 50^\circ} = 399 \text{ kN/m}$$

Abweichung der Resultierenden von der Hauptbewehrungsrichtung ($\hat{=}$ Winkelhalbierende)

$$\beta' = \arcsin \left(\frac{439 \cdot \sin 50^\circ}{399} \right) = 57^\circ$$

$$\varphi = 65 - 57^\circ = 8^\circ < 20^\circ$$

$$\text{erf } a_{s1} = (399/24)/\cos^2(8^\circ) = 16,9 \text{ cm}^2/\text{m}$$

2. in der spitzen Ecke

Die Umlenkung der Druckkraft erfolgt nicht nur an einer Stelle; es wird die nebenstehende Annahme getroffen.

Bestimmung von Z'_{D2} aus $D_{bm} = (D_{bW} + D_{bF})/2$

$$D_{bm} = (439 + 498)/2 = 469 \text{ kN/m}$$

$$Z'_{D2} \hat{=} D_{bm} \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$$

$$= 469 \sqrt{2(1 - \cos 36,9^\circ)} = 297 \text{ kN/m}$$

$$Z'_{D1} = 439 \sqrt{2(1 - \cos 46,6^\circ)} = 347 \text{ kN/m}$$

$$Z'_{D3} = 498 \sqrt{2(1 - \cos 46,6^\circ)} = 394 \text{ kN/m}$$

Die Abweichung der Resultierenden von der Richtung der Hauptbewehrung ist $\varphi < 20^\circ$; weiterhin wird aus Symmetriegründen $A_{s3} = A_{s1}$ angenommen.

$$\text{erf } a_{s3} = a_{s1} = 394/24 = 16,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{s2} = 297/24 = 12,4 \text{ cm}^2/\text{m}$$

e) Diagonalebewehrung in der spitzen Ecke wie Bewehrung in der Widerlagerwand

4. Bewehrungsführung

Flügel: $\emptyset 20$, $s = 10 \text{ cm}$ mit $a_s = 31,4 \text{ cm}^2/\text{m}$

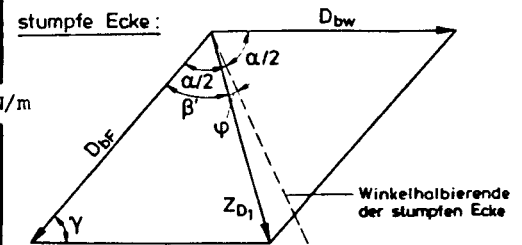
Verankerungslänge: $l_o = \frac{420 \cdot 2,0}{7 \cdot 1,8} = 67 \text{ cm}$

Höhe der Druckzone: $x = 0,12 \cdot 140 = 21 \text{ cm}$

Hakenlänge: $l \geq 67 - 21 = 46 \text{ cm}$

Biegerollenradius: $d_{br} = 15 d_s = 15 \cdot 2,0 = 30 \text{ cm}$

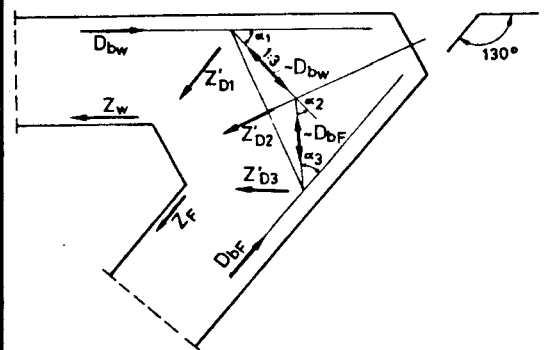
Infolge Querkraft ergibt sich eine Neigung der Druckkraft gegenüber der Längsachse des Querschnitts. Der Einfluß der Neigung auf die Umlenkkräfte ist jedoch i. d. R. bei vorwiegend auf Biegung beanspruchten Querschnitten so gering, daß dieser bei der Berechnung vernachlässigt werden kann.



Bei Abweichung der Hauptbewehrungsrichtung von der Richtung der resultierenden Zugkraft in der Größe von $\varphi < 20^\circ$ darf nach Rüsç (Beton- und Stahlbeton, Heft 10/58) der erforderliche Bewehrungsquerschnitt nach folgender Näherungsformel ermittelt werden:

$$\text{erf } A_s = A_{s1}/\cos^2 \varphi$$

spitze Ecke:



Der Winkel α_2 bestimmt sich näherungsweise unter der Annahme von DIN 1045, 15.4.1.2, 2. Absatz, bzw. Bild 7, wonach die statische Nutzhöhe unter 1 : 3 zunimmt.

$$\alpha_2 = 2 \cdot \arctan (1/3) = 36,9^\circ$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 = 0,5 (130 - 36,9) = 46,6^\circ$$

DIN 1045, Gleichung (21)

DIN 1045, Tabelle 19: zul τ_1 für Verbundbereich I

Auslegung DAFStb, Folge 7: Die Zugbewehrung ist in der Druckzone zu verankern. Die näherungsweise Annahme der Verankerung ab Querschnittsmitte (s. Beispiel 3) ist hier nicht zulässig.

Biegerollendurchmesser nach DIN 1045, Tab. 18, Zeile 5

Widerlagerwand: $\emptyset 22, s = 10 \text{ cm}$ mit $a_s = 38,01 \text{ cm}^2/\text{m}$

Verankerungslänge: $l_o = \frac{420 \cdot 2,2}{7 \cdot 1,8} = 73 \text{ cm}$

Hakenlänge: $l \geq 73 - 21 = 52 \text{ cm}$

Biegerollenradius: $d_{br} = 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ cm}$

In der spitzen Ecke darf die Verankerungslänge vom Schnittpunkt mit dem Bewehrungsstahl Pos. 10 gerechnet werden.

Querbewehrung:

erf $a_{sq} = 0,2 \cdot 35,2 = 7,04 \text{ cm}^2/\text{m}$

gewählt $\emptyset 16, s = 25 \text{ cm}$ mit $a_s = 8,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Umlenkung stumpfe Ecke:

8 Bügel $\emptyset 12$ pro lfdm mit $a_s = 18,2 \text{ cm}^2/\text{m}$

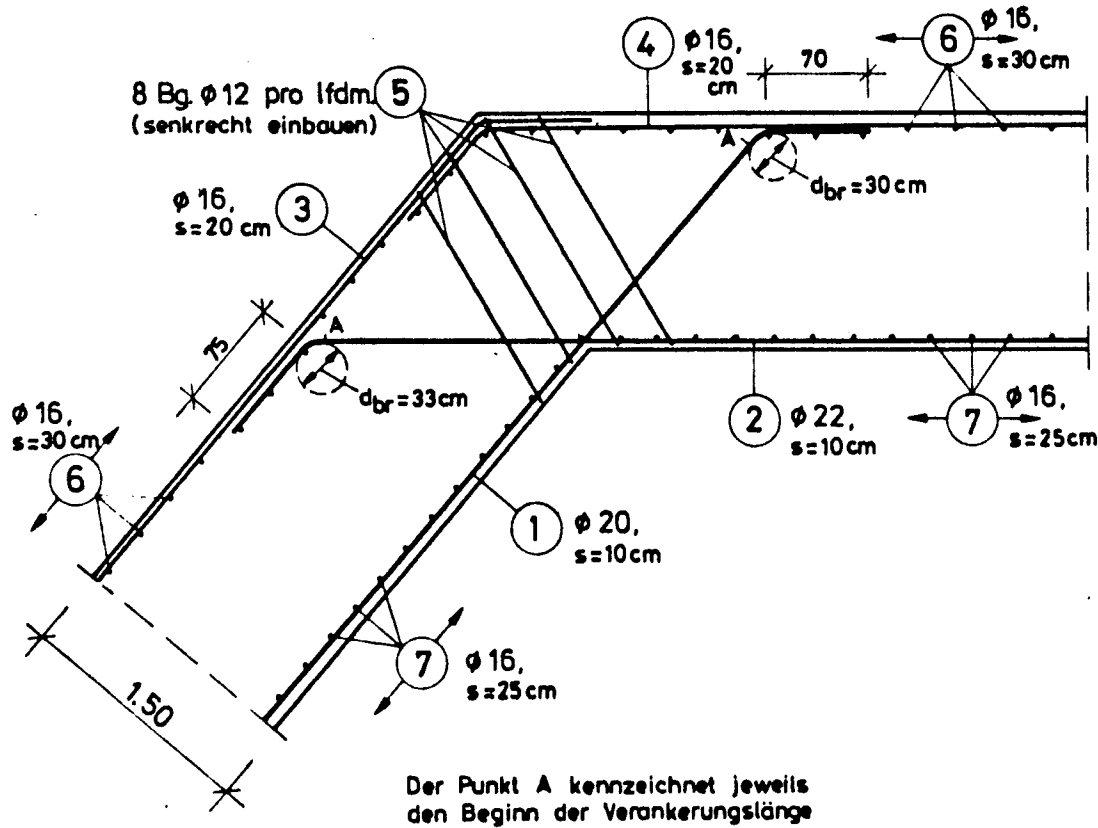
(Bügel senkrecht stellen)

Umlenkkraft spitze Ecke:

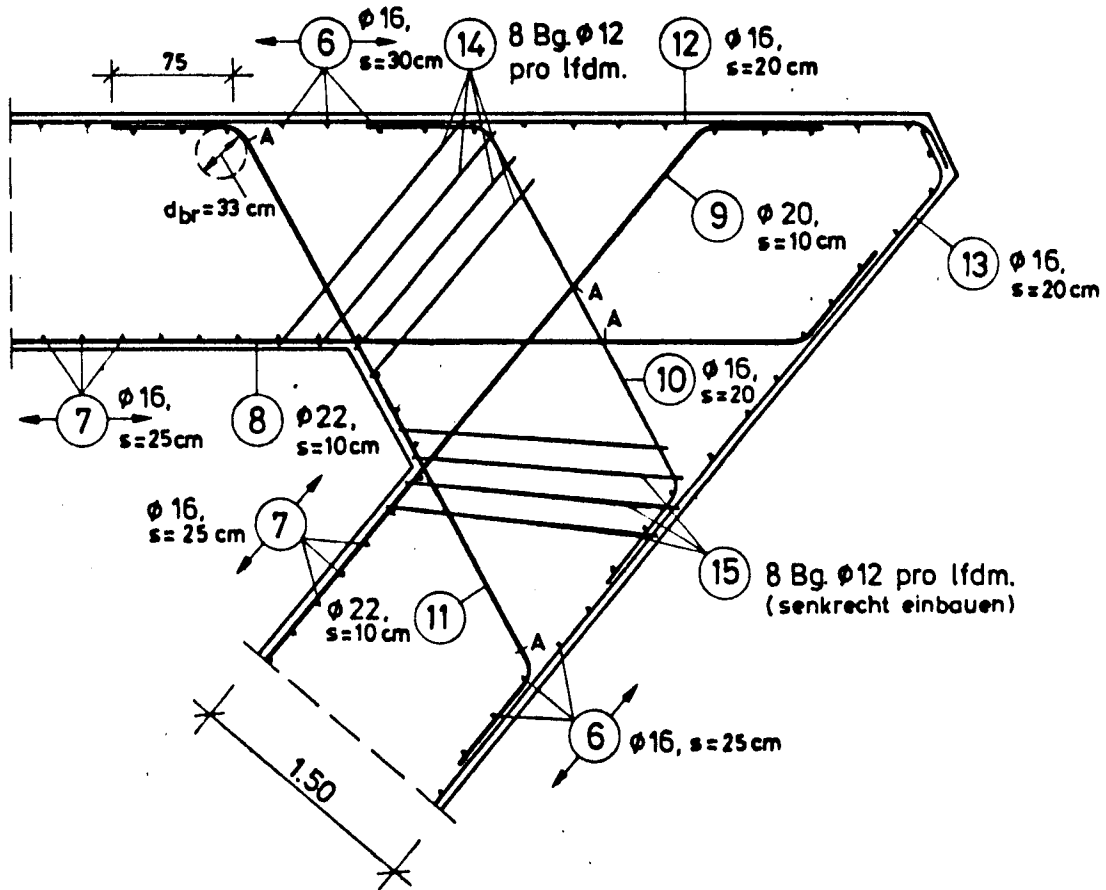
$a_{s3}; a_{s1}$: 8 Bügel $\emptyset 12$ pro lfdm mit $a_s = 18,2 \text{ cm}^2/\text{m}$

a_{s2} : Die Umlenkung erfolgt hier mit der durchlaufenden Biegebewehrung.

stumpfe Ecke



spitze Ecke



Beispiel 4

Widerlager

Bewehrung spitze und stumpfe Ecke

Baustoffe: B 25 , BSt 420/500
Betondeckung: 3 cm

BEISPIEL 5: ZELLENWAND EINES GETREIDESILO

Die Zellenwand der abgebildeten viereckigen Getreidesilozelle ist für horizontale Belastung zu bemessen.

1. System und Belastung

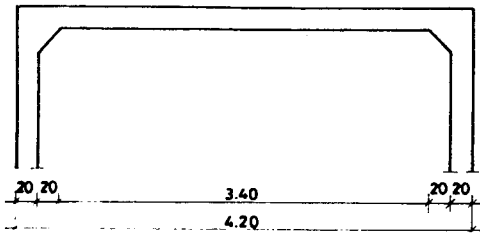


Bild 7 Grundriß halbe Getreidesilozelle

maximale horizontale Belastung:

$$\max p_h = 31,6 \text{ kN/m}^2$$

2. Schnittgrößen

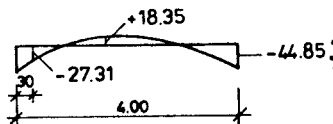
Die Schnittgrößen wurden unter Berücksichtigung des Einflusses der Vouten ermittelt. Hier sind nur die Ergebnisse der Berechnung angegeben.

$$\min m_s = -44,85 \text{ kNm/m}$$

$$\max m_F = +18,35 \text{ kNm/m}$$

$$q = +63,2 \text{ kN/m}$$

$$n = +63,2 \text{ kN/m}$$



Anschnittmoment Voute:

$$m' = -44,85 + 63,2 \cdot 0,30 - 31,6 \cdot 0,30^2/2 = -27,31 \text{ kNm/m}$$

3. Baustoffe und Bemessung

B 25, BSt 420/500 RK

$$d/c_1/h = 20,0/2,0/17,0 \text{ cm}$$

$$\text{Feld: } m_s = 18,35 - 63,2 (0,17 - 0,10) = 13,93 \text{ kNm/m}$$

$$k_h = 17/\sqrt{13,93} = 4,55 + k_s = 4,4; k_z = 0,95$$

$$\text{erf } a_s = 4,4 \cdot 13,93/17 + 63,2/24 = 6,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 6,24 = 1,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Anschnitt Voute:

$$m_s = 27,31 - 63,2 (0,17 - 0,10) = 22,88 \text{ kNm/m}$$

$$k_h = 17/\sqrt{22,88} = 3,55 + k_s = 4,5; k_z = 0,93$$

$$\text{erf } a_s = 4,5 \cdot 22,88/17 + 63,2/24 = 8,69 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,2 \cdot 8,69 = 1,74 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Voute in der Diagonalen (Schnitt d-d)

$$d/c_1/h = 27,5/2,0/24,5 \text{ cm}$$

$$n = \sqrt{2} \cdot 63,2 = 89,4 \text{ kN/m}$$

$$z_s = 0,25 \text{ m (s. Skizze rechts)}$$

$$m_s = 44,85 - 89,4 \cdot 0,25 = 23,25 \text{ kNm/m}$$

$$k_h = 24,5/\sqrt{23,25} = 5,08 + k_s = 4,4; k_z = 0,95$$

$$\text{erf } a_s = 4,5 \cdot 23,25/24,5 + 89,4/24 = 8,00 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{erf } a_{sq} = 0,20 \cdot 8,00 = 1,6 \text{ cm}^2/\text{m}$$

DIN 1055 (64), Teil 6.

Es wird hier vorausgesetzt, daß der maximale Horizontaldruck wirkt. Die Erhöhung nach den "Ergänzenden Bestimmungen zu DIN 1055, Teil 6", Fassung Mai 1977, ist in den Lastansätzen berücksichtigt worden.

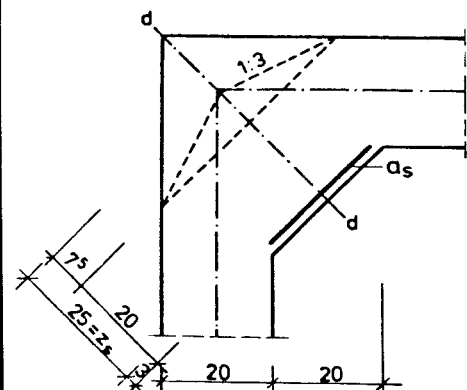
Wegen der Voute ist eine Bemessung nur mit dem Anschnittmoment nicht ausreichend; ersatzweise erfolgt die Bemessung am Voutenbeginn sowie im Diagonalschnitt.

DIN 1045, Ziff. 18.9.3, 2. Absatz

Verwendung von Beton der Festigkeitsklasse B 25 oder höher sowie von Betonrippenstahl vorgeschrieben. Andernfalls sind die Bemessungsschnittgrößen um den Faktor 1,5 zu erhöhen.

Bemessung nach k_h -Verfahren

Bemessung in der Voute



Der Einfluß der Neigung der unter 1 : 3 angenommenen Druckkraft auf die Bemessung wird hier vernachlässigt.

Bewehrungsanteil des Biegemomentes am Voutenanschnitt

$$\begin{aligned} m &= 27,31 \text{ kNm/m} \\ \text{erf } a_s &= 4,5 \cdot 27,31/17 = 7,23 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \mu_M &= 7,23/20 = 0,36 \% < 0,40 \% \end{aligned}$$

DIN 1045, 18.9.3 a)
 $\mu < 0,4 \% \rightarrow$ es braucht keine Schrägbewehrung angeordnet zu werden

4. Berechnung der Umlenkkräfte (Abtriebskräfte)

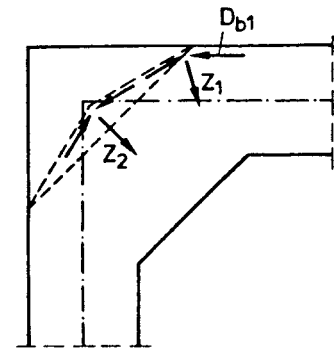
Entsprechend der Annahme bei der Bemessung wird die Betondruckkraft im Bereich der Voute stetig umgelenkt, d. h., die Zusatzbewehrung zur Aufnahme der Abtriebskraft ist über die gesamte Voutenbreite verteilt anzuordnen. Näherungsweise wird die Abtriebskraft jeweils am Voutenanschnitt und in der Diagonalen ermittelt.

a) Abtriebskraft Anschnitt

$$\begin{aligned} D_b &= m_s/z = 22,88/0,93 \cdot 0,17 = 145 \text{ kN} \\ \alpha_1 &\approx 90/3 = 30^\circ \\ z_1 &= D_b \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} = 145 \cdot 2 \cdot \sin 15^\circ = 75 \text{ kN} \\ \text{erf } a_{s1} &= 75/24 = 3,12 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

b) Abtriebskraft Diagonale

$$\begin{aligned} D_b &= 23,25/0,95 \cdot 0,245 = 100 \text{ kN} \\ \alpha_2 &\approx 2 \cdot \arctan (1/3) = 37^\circ \\ z_2 &= 100 \cdot 2 \cdot \sin (37/2) = 64 \text{ kN} \\ \text{erf } a_{s2} &= 64/24 = 2,67 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$



5. Bewehrungsführung

$$\begin{aligned} \text{außen: } \emptyset 12, s &= 17,5 \text{ cm mit } a_s = 6,46 \text{ cm}^2/\text{m} > 6,24 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \text{innen: } \emptyset 14, s &= 17,5 \text{ cm mit } a_s = 8,79 \text{ cm}^2/\text{m} > 8,69 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \text{Voute: } \emptyset 14, s &= 17,5 \text{ cm mit } a_s = 8,79 \text{ cm}^2/\text{m} > 8,00 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

Querbewehrung

$$\begin{aligned} \text{innen: } \emptyset 8, s &= 25 \text{ cm mit } a_s = 2,01 \text{ cm}^2/\text{m} > 1,74 \text{ cm}^2/\text{m} \\ \text{außen: } \emptyset 8, s &= 33 \text{ cm mit } a_s = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m} > 1,25 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

Abtriebsbewehrung

$$\begin{aligned} a_{s1}: 2 \text{ Bügel } \emptyset 10 \text{ je lfdm Höhe} \\ \text{mit } a_s &= 3,14 \text{ cm}^2/\text{m} > 3,12 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

a_{s2} : Bei ausreichender Verankerung der inneren Wandbewehrung mit Winkelhaken oder Schlaufe braucht keine zusätzliche Abtriebsbewehrung angeordnet zu werden.

DIN 1045, 20.1.6.2, Gl (36)
 $\max s = 15 + \frac{d}{10} = 15 + \frac{20}{10} = 17 \text{ cm} \sim \text{vorh } s = 17,5 \text{ cm}$

Zur besseren Einleitung der Abtriebskräfte in die Bügel sind die außenliegenden Schenkel lotrecht zu verlegen. Sollten die Bügel waagerecht verlegt werden, sind in den Bügelecken zusätzlich als Verankerungselement senkrechte, durchlaufende Längsstäbe anzuordnen.

Verankerungslängen

a) Hauptbewehrung

Die Hauptbewehrung wird schlaufenartig geführt; ein Nachweis der Verankerung ist nicht erforderlich.

Biegerollendurchmesser:

$$\text{vorh } d_{br} = 20 - 2 \cdot 2,0 - 2 \cdot 1,4 = 13,2 \text{ cm}$$

$$\text{erf } d_{br} = 10 d_s = 10 \cdot 1,4 = 14 \text{ cm} \sim \text{vorh } d_{br}$$

b) Voutenbewehrung

$$l_o = 420 \cdot 1,4/7 \cdot 1,8 = 47 \text{ cm}$$

Der Querschnitt wird durch Biegung mit Achszug beansprucht; daher ist die Höhe der Druckzone sehr niedrig, und die Verankerungslänge wird näherungsweise erst vom Druckrand gerechnet.

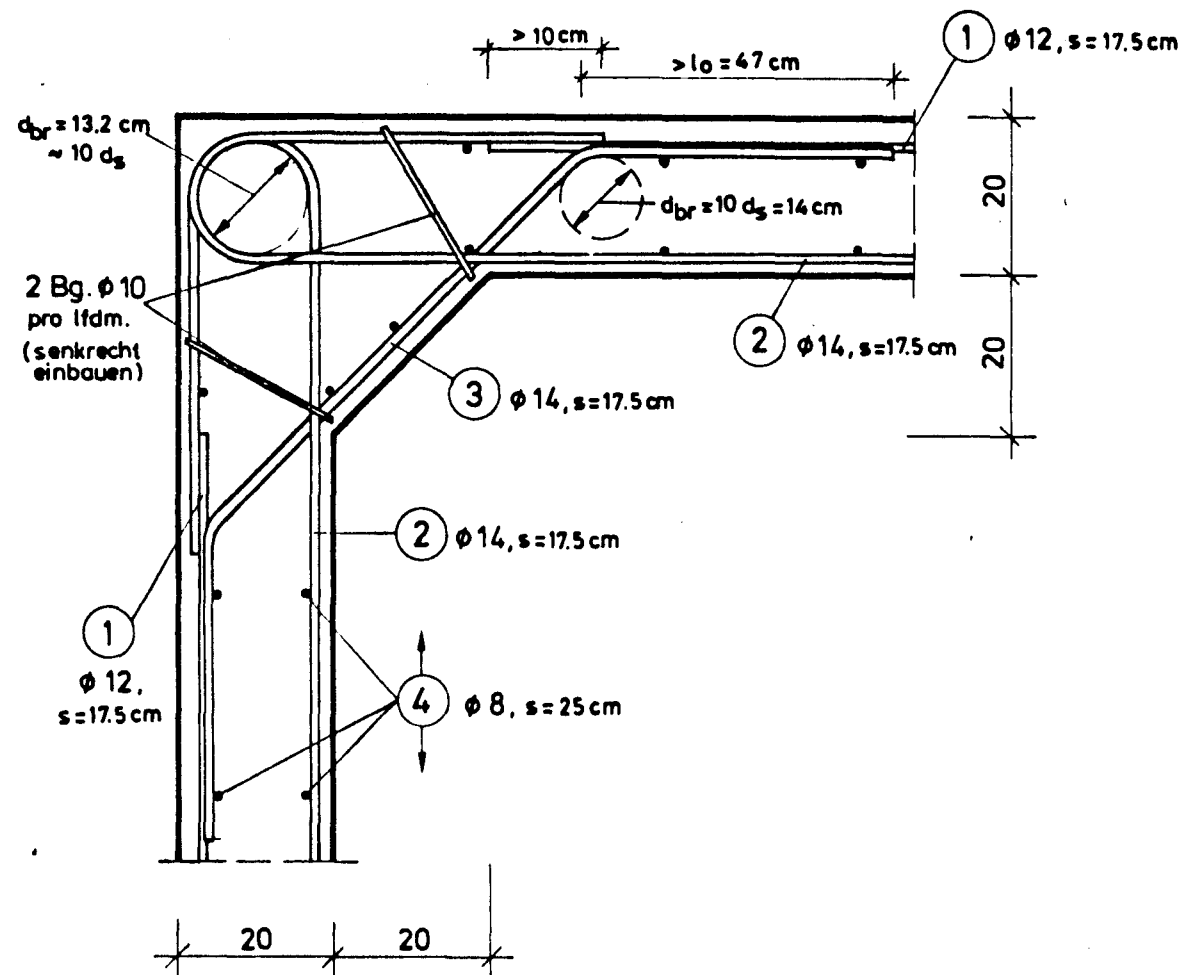
DIN 1045, Tab. 18, Fußnote 32.

Achsabstand der Stäbe $> 10 \text{ cm}$

$$\text{bzw. } > 7 \cdot 1,4 = 9,8 \text{ cm}$$

DIN 1045, 18.5.2.1, Gl (21)

Auslegung des DAfStb (Beton- und Stahlbetonbau 11/1980). Bei nicht schlaufenartiger Bewehrungsführung in Rahmenecken oder geknickten Leibungen sind die Biegezugbewehrungen in der Druckzone mit l_o nach Gleichung (21) zu verankern; dabei ist die Bewehrung mindestens bis zum Druckrand zu führen und mit einem Winkelhaken zu versehen. Liegt das zu verankernde Stabende sowohl im Verbundbereich I wie auch im Verbundbereich II, darf dies bei der Berechnung von l_o anteilig berücksichtigt werden.



Beispiel 5
Zellenwand eines Getreidesilos

Bewehrungsplan

Baustoffe : B 25 , BSt 420/500 RK
Betondeckung : 2 cm

BEISPIEL 6: RAHMENECKE MIT NEGATIVEM MOMENT

Für die Rahmenecke eines zweistieligen, unverschieblichen Rahmens sind die Schnittgrößen zu ermitteln und die Bemessung durchzuführen.

1. Statisches System

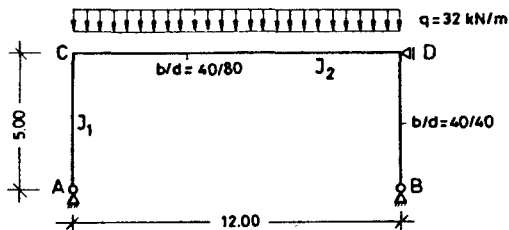


Bild 8 Unverschieblicher Rahmen

2. Ermittlung der Schnittgrößen

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4 \cdot 4^3/12 = 21,3 \text{ dm}^4; \quad I_2 = 4 \cdot 8,0^3/12 = 171 \text{ dm}^4 \\
 k &= 171 \cdot 5,00/21,3 \cdot 12,0 = 3,35 \\
 H_A &= 32 \cdot 12^2/(4 \cdot 5,0 \cdot (2 \cdot 3,35 + 3)) = 23,8 \text{ kN} \\
 V_A &= V_B = 32 \cdot 12,0/2 = 192 \text{ kN} \approx Q_A \\
 M_C &= M_D = -23,8 \cdot 5,00 = -119 \text{ kNm} \\
 M_F &= 32 \cdot 12^2/8 - 119 = 457 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

3. Bemessung

Baustoffe: B 25, BSt 420/500

a) Feld $b/d/h = 40/80/74 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}
 M_S &= 457 + 23,8 (0,74 - 0,40) = 465 \text{ kNm} \\
 k_h &= 74/\sqrt{465/0,40} = 2,17 < k_s = 4,8 \\
 \text{erf } A_s &= 4,8 \cdot 464/74 - 23,8/24 = 29,1 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

b) Stützmoment Riegel

$$\begin{aligned}
 M_I &= -119 + 192 \cdot 0,4/3 = -93,4 \text{ kNm} \\
 M_S &= 93,4 + 23,8 (0,74 - 0,40) = 101 \text{ kNm} \\
 k_h &= 74/\sqrt{101/0,4} = 4,66 > k_s = 4,4 \\
 \text{erf } A_s &= 4,4 \cdot 101/74 - 23,8/24 = 5,01 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Anmerkung:

Bei größerem Verhältnis von Stützbreite zu Stützweite (z. B. im Tunnelbau mit $d/l \approx 1,0/6,00 \text{ m}$) führt obige Berechnung des Bemessungsmoments zu unzutreffenden Ergebnissen. In diesen Fällen ist das Bemessungsmoment nach den "Empfehlungen zur Berechnung und Konstruktion von Tunnelbauten, Ausgabe September 1978" zu bestimmen mit

$$M_I = M (l_w/l)^2$$

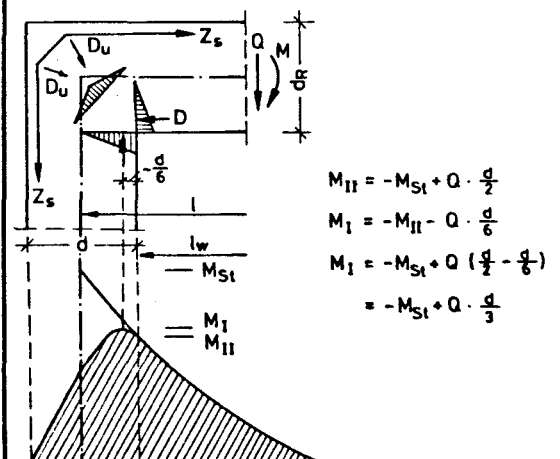
Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgt nach den Rahmenformeln im Betonkalender.

DIN 1045, 18.9.3, 2. Absatz

Knickwinkel $\alpha = 90^\circ > 45^\circ$
Verwendung von B 25 sowie Betonrippenstahl; eine Vergrößerung der Bemessungsschnittgrößen ist nicht erforderlich.

Die Bemessung erfolgt nach dem k_h -Verfahren.

Die Bemessung für das Anschnittmoment nach DIN 1045, 45.4.1.2, Bild 7, ist nur für Bemessungsschnitte an Innenstützen zulässig. Die dieser Annahme zugrunde liegende Voraussetzung, daß sich die Nutzhöhen unter einer Neigung von 1 : 3 vergrößern, ist hier nicht zutreffend. Bei Annahme einer Druckzonenhöhe von $d/2$ und einer linearen Spannungsverteilung ergibt sich im Abstand von $\sim d/6$ vom Anschnitt ein Momentenmaximum, welches der Bemessung zugrunde zu legen ist. Bei gleichmäßig verteilter Belastung ergibt sich dieses Moment wie folgt:



Momentausrundung und Bemessungsmoment M_I bei biegesteifem Anschluß einer Rahmen-

c) Stütze

KSNW ist für die Stütze nicht maßgebend; entsprechende Nachweise werden hier nicht vorgeführt.

$$\begin{aligned} M_{CI} &= -119 - 23,8 \cdot (0,40 - 0,80/6) = -113 \text{ kNm} \\ n &= -0,192/0,4 \cdot 0,4 \cdot 17,5 = -0,07 \leq 0,25 \\ M_s &= 113 + 192 \cdot (0,35 - 0,20) = 142 \text{ kNm} \\ k_h &= 35/\sqrt{142/0,40} = 1,86 + k_s = 5,1 \\ \text{erf } A_s &= 5,1 \cdot 142/35 = 192/24 = 12,7 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. Bewehrungsführung

Feld: 6 Ø 25 mit $A_s = 29,5 \text{ cm}^2$
davon 3 Ø 25 auf das Auflager
Verankerungslänge: $l \geq 6 d_s = 6 \cdot 2,5 = 15 \text{ cm}$

Rahmenecke: Riegel oben: 3 Ø 18 mit $A_s = 7,6 \text{ cm}^2$
Stütze: 5 Ø 18 mit $A_s = 12,7 \text{ cm}^2$

Übergreifungslänge der Riegelbewehrung
im Knoten

$$\begin{aligned} l_{\bar{u}} &= \alpha_{\bar{u}} \cdot l_1 = \alpha_{\bar{u}} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\text{erf } A_s}{\text{vorh } A_s} \cdot l_0 = \\ &= \alpha_{\bar{u}} \cdot \alpha_1 \cdot \frac{\text{erf } A_s}{\text{vorh } A_s} \cdot \frac{\beta_s \cdot d_s}{7 \cdot \text{zul } \tau_1} \end{aligned}$$

$$\text{zul } \tau_1 = \frac{(h_{\text{Riegel}} \cdot \text{zul } \tau_1^{\text{I}} + h_{\text{Stütze}} \cdot \text{zul } \tau_1^{\text{II}})}{(h_{\text{Riegel}} + h_{\text{Stütze}})}$$

$$\text{zul } \tau_1 = \frac{(74 \cdot 1,8 + 35 \cdot 0,9)}{(74 + 35)} = 1,51 \text{ MN/m}^2$$

Anteil der ohne Längsversatz gestoßenen Bewehrung > 50 %, Achsabstand der Stäbe < 10 d_s
 $\alpha_{\bar{u}\text{I}} = 2,2$
 $\alpha_{\bar{u}\text{II}} = 0,75 \cdot 2,2 = 1,65$

$$\alpha'_{\bar{u}} = \frac{(74 \cdot 2,2 + 35 \cdot 1,65)}{(74 + 35)} = 2,02$$

$$\alpha_1 = 0,7 \text{ (Verankerung mit Winkelhaken)}$$

$$\text{erf } A_s / \text{vorh } A_s = 12,7/12,7 = 1,0$$

$$\text{erf } l_{\bar{u}} = 2,02 \cdot 0,7 \cdot 1,00 \cdot 420 \cdot 1,8/7 \cdot 1,51 = 101 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{vorh } l_{\bar{u}} &= h_{\text{Riegel}} + h_{\text{Stiel}} - 2 \cdot d_s = \\ &= 74 + 35 - 2 \cdot 1,8 = 105 \text{ cm} > 101 \text{ cm} \end{aligned}$$

Querbewehrung im Stoßbereich:

100 % Stoß, der Achsabstand benachbarter Stäbe beträgt weniger als 10 d_s . Die Querbewehrung muß die Stoßenden jeweils auf einer Länge von $l_{\bar{u}}/3$ bündelartig umfassen.

$$\text{erf } A_s = 2,5 \text{ cm}^2 \text{ (für 1 Ø 18)}$$

$$\text{vorh.: } 2 \times 3 = 6 \text{ Bügel Ø 8 mit } A_s = 3,0 \text{ cm}^2$$

Das Bemessungsmoment $M_{C,I}$ ist ebenfalls im Abstand $d_R/6$ von Anschnitt Rahmenecke zu bestimmen.

$|n| \leq 0,25$ + Bemessung mit k_h -Tabellen

Schubbemessung für die maßgebenden Bemessungsschnitte wird nicht durchgeführt.

DIN 1045, 18.7.5:
Verankerung an Zwischenauflägern

DIN 1045, 18.5 + 6, Gl (24), (22) + (21)

Der Übergreifungsstoß befindet sich sowohl im Verbundbereich I wie auch im Verbundbereich II; dies darf bei der Berechnung der Übergreifungslänge anteilmäßig berücksichtigt werden. In der Beispielsammlung des DBV [17] wird hierfür ein anderer Lösungsweg beschrieben. Beide Methoden führen zum gleichen Ergebnis.

DIN 1045, 18.4, Tab. 19:

$$\text{zul } \tau_1^{\text{I}} = 1,8 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{zul } \tau_1^{\text{II}} = 0,9 \text{ MN/m}^2$$

$\alpha_{\bar{u}(I,II)}$ nach DIN 1045, Tab. 21

$\alpha'_{\bar{u}}$ berücksichtigt anteilmäßig die Verbundbereiche I und II

α_1 nach DIN 1045, Tab. 20

DIN 1045, 18.6.3.4

Die Querbewehrung im Stoßbereich ist für die Kraft eines gestoßenen Stabes zu bemessen.

Biegerollendurchmesser:

$$\begin{aligned}\text{Betondeckung der Abbiegung: } c &= 2,0 + 1,0 = \\ &= 3,0 \text{ cm} < 5,0 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{erf } d_{br} &= 20 \cdot d_s = 20 \cdot 1,8 = 36 \text{ cm} \\ \text{Winkelhaken: erf } d_{br} &= 4 d_s = 4 \cdot 1,8 = 7,2 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\text{erf } A_s = 0,08 \cdot 5,01 = 0,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{vorh.: } 2 \times 2 = 4 \text{ } \emptyset 8 \text{ (Steckbügel) mit } A_s = 2,0 \text{ cm}^2$$

$$\text{Verankerungslänge: } l_o = 420 \cdot 0,8/7 \cdot 0,9 = 54 \text{ cm}$$

DIN 1045, 18.3.1, Tab. 18, Zeile 6

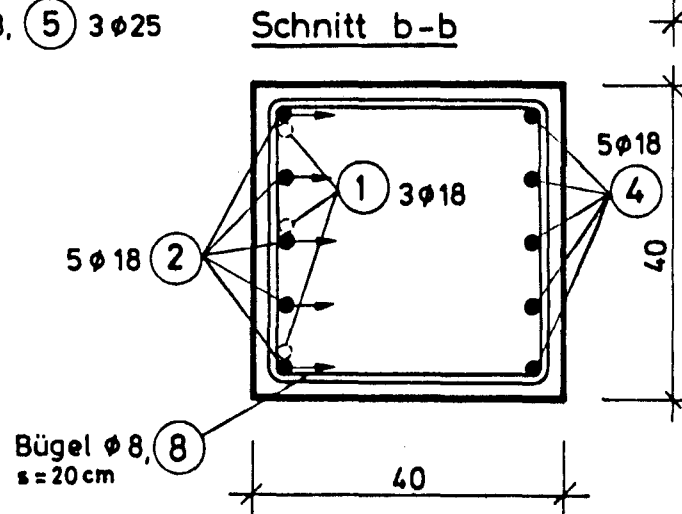
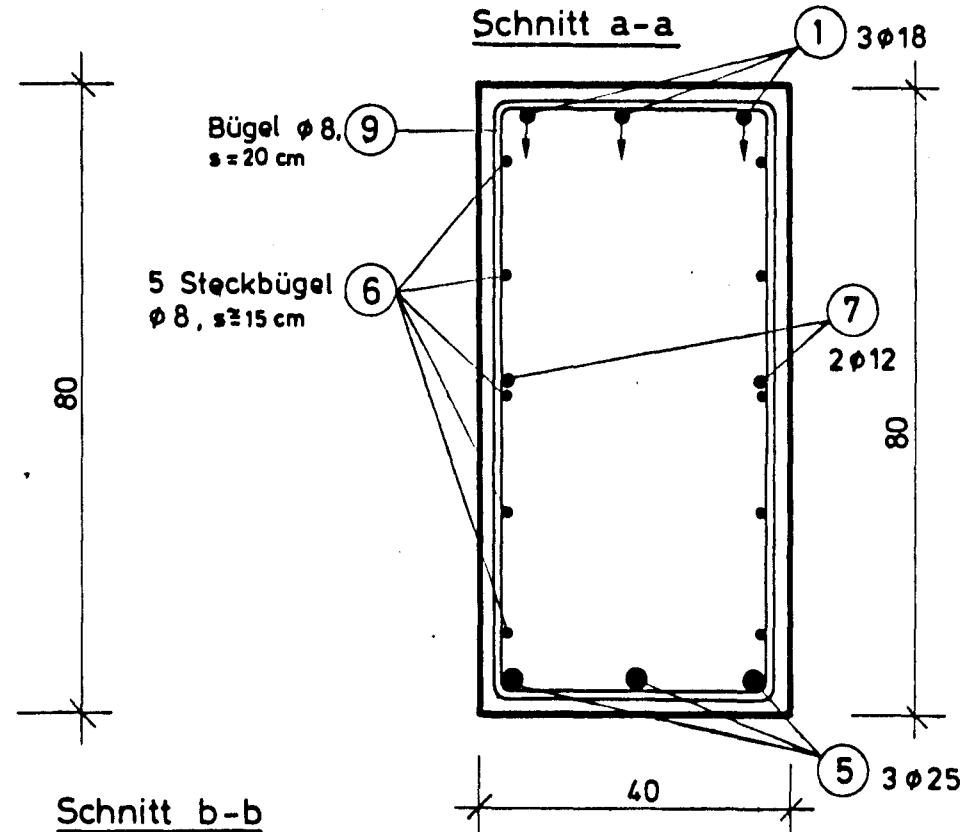
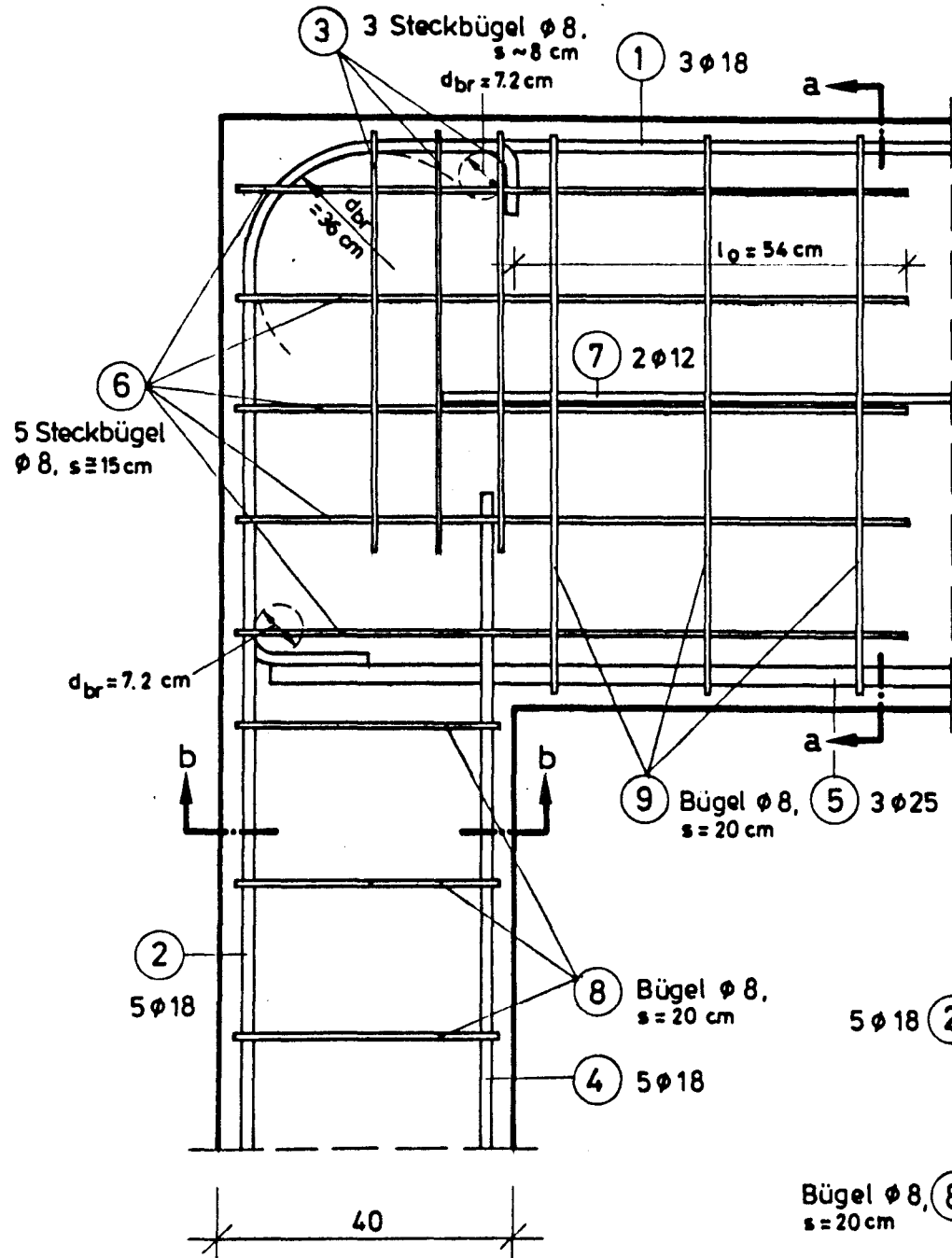
DIN 1045, Tab. 18, Zeile 2

DIN 1045, 18.9.3, b, letzter Absatz

$d > 70 \text{ cm}$: Zusatzbewehrung nach DIN 1045 21.1.2, erforderlich

Es werden hier nur die Steckbügel in der Zugzone angerechnet. Aus konstruktiven Gründen werden die Steckbügel über die gesamte Höhe angeordnet.

DIN 1045, 18.5.2.1, Gl (21)



Beispiel 6	
Rahmenecke mit negativem Moment	
Bewehrungsplan	
Baustoffe :	B 25 , BSt 420/500
Betondeckung :	2 cm

BEISPIEL 7: RAHMENENDKNOTEN

1. Vorbemerkung

Die statische Berechnung des abgebildeten Rahmensystems nach Elastizitätstheorie ergibt für den Knoten 2 die auf den Schnittpunkt der Querschnittsachsen bezogenen Schnittgrößen.

Für den Knoten 2 ist die Bemessung durchzuführen und die Bewehrungszeichnung anzufertigen.

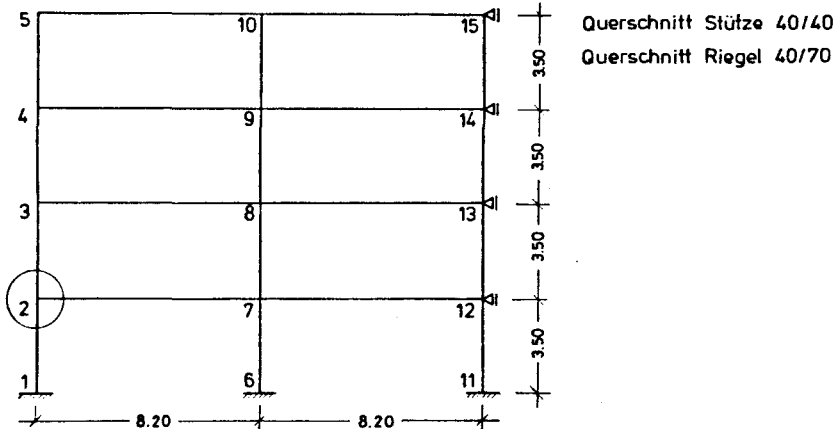


Bild 9 a Unverschiebliches Rahmensystem

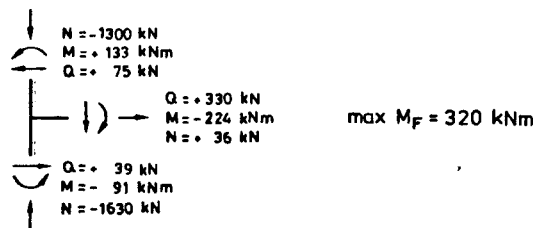


Bild 9 b Schnittgrößen Knoten 2

2. Bemessung

Baustoffe: B 25, BSt 420/500 RK

2.1 Feldmoment

$$\max | - M_{St} | = 224 \text{ kNm}$$

Bemessungswert:

$$\max M_F' = 320 + 0,15 \cdot 224 = 354 \text{ kNm}$$

2.2 Knoten 2

Riegel: Querschnitt $b/d/h = 40/70/66 \text{ cm}$

$$M_I = 224 - 330 \cdot 0,40/3 = 180 \text{ kNm}$$

$$M_S = 180 - 36 (0,66 - 0,35) = 169 \text{ kNm}$$

$$k_h = 66 / \sqrt{169/0,40} = 3,21 + k_s = 4,5; k_x = 0,21$$

$$k_z = 0,93$$

$$\text{erf } A_s = 4,5 \cdot 169/66 + 36/24 = 13,0 \text{ cm}^2$$

$$\nu_M \approx \mu = 13,0 \cdot 100/70 \cdot 40 = 0,46 \%$$

Die Berechnung der Schnittgrößen muß entsprechend DIN 1045, 15.1, für die während der Errichtung und des Gebrauchs auftretenden maßgeblichen Lastfälle mit Verfahren, die auf der Elastizitätstheorie beruhen, durchgeführt werden. Infolge des nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken kann die im Gebrauchszustand vorhandene Schnittgrößenverteilung in statisch unbestimmten Konstruktionen von der nach der Elastizitätstheorie berechneten abweichen. Insbesondere hat sich in durchgeführten Versuchen gezeigt, daß die nach Elastizitätstheorie vorausgesetzte Winkeltreue des Knotens nicht zutrifft, sondern im Knoten selbst lastabhängige, nichtlineare Verformungen auftreten, die eine Vergrößerung des Feldmoments im Riegelendfeld verursachen (s. auch Vorbemerkungen). Das der Bemessung des Rahmenendfelds zugrunde liegende Feldmoment ist daher um den Wert zu vergrößern, der sich bei einer Reduktion des theoretischen Größtwertes des Riegeleinspannmoments um 30 % ergibt. Näherungsweise darf angenommen werden, daß das Feldmoment um den Betrag von 15 % des maximalen Riegeleinspannmoments zu vergrößern ist.

DIN 1045, 18.9.3, 2. Absatz

Knickwinkel $\alpha = 90^\circ > 45^\circ$

Verwendung von B 25 sowie Betonrippenstahl; eine Vergrößerung der Bemessungsschnittgrößen ist nicht erforderlich.

Für die Bemessung des Feldmoments wird hier nur die Vergrößerung des Bemessungswertes gezeigt.

M_I : Bemessungsmoment; siehe hierzu Erläuterungen zu Beispiel 6

M_S : Auf den Schwerpunkt der Zugbewehrung bezogenes Moment

Bemessung mit k_h -Verfahren

Stütze oben: Querschnitt b/d/h = 40/40/36 cm

$$\begin{aligned} M_I &= 133 - 75 \cdot 0,70/3 = 116 \text{ kNm} \\ n &= -1,300/0,40^2 \cdot 17,5 = -0,464 \\ m &= 0,116/0,40^3 \cdot 17,5 = 0,104 \\ d_1/d &= 0,10 \\ + \omega_{01} &= \omega_{02} = 0,28; \epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} \approx -3,5/0 \text{ } ^\circ/\infty \\ \text{erf } A_{s1} &= \text{erf } A_{s2} = 0,28 \cdot 40 \cdot 40/24 = 18,7 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Stütze unten: Querschnitt b/d/h = 40/40/36 cm

$$\begin{aligned} M_I &= 91 - 39 \cdot 0,70/3 = 82 \text{ kNm} \\ n &= -1,630/0,40^2 \cdot 17,5 = -0,582 \\ m &= 0,082/0,40^3 \cdot 17,5 = 0,073 \\ d_1/d &= 0,10 \\ + \omega_{01} &= \omega_{02} = 0,32; \epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} \approx -3,5/-0,4 \text{ } ^\circ/\infty \\ \text{erf } A_{s1} &= \text{erf } A_{s2} = 0,32 \cdot 40 \cdot 40/24 = 21,3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Schrägbewehrung

Nach DIN 1045, Ziff. 18.9.3, ist die Schrägbewehrung nach dem größten Bewehrungsanteil des Biegemoments der anschließenden Bauteile zu bestimmen. Im vorliegenden Beispiel ergibt sich - bedingt durch die unterschiedlichen Nutzhöhen - ein hoher Bewehrungsanteil aus dem Biegemoment im Stützenanschnitt oben und somit ein relativ großer Bewehrungsquerschnitt der Schrägbewehrung.

Berechnung der Bewehrungsanteile aus Biegemoment:

$$\text{Riegel: } \mu_R^0 = \mu_{R,M} \cdot M^0/M_R = 0,46 \cdot 133/224 = 0,27 \% < 0,4 \%$$

$$\begin{aligned} \text{Stütze: } A_{s,M} &\approx k_s \cdot M/h = 4,5 \cdot 116/36 = 14,5 \text{ cm}^2 \\ \mu_{s,M} &= 14,5 \cdot 100/40 \cdot 40 = 0,91 \% > 0,4 \% \end{aligned}$$

Erforderliche Schrägbewehrung:

$$\text{erf } A_{ss} = 0,5 \cdot 14,5 = 7,3 \text{ cm}^2$$

Aufgrund der Auswertung von Versuchsergebnissen wird weiterhin die Anordnung von Steckbügeln im Knotenbereich empfohlen, deren erforderlicher Bewehrungsquerschnitt wie folgt zu ermitteln ist:

$$\begin{aligned} A_{sR}^0 &= A_{sR} \cdot M^0/M_R \\ A_{sBg} &= A_{sR}^0 \end{aligned}$$

Hiervon sind 2/3 in der Querschnittshälfte mit Zugzone anzuordnen.

Ermittlung des Bewehrungsquerschnittes der Steckbügel:

$$A_{sR}^0 = 13,0 \cdot 133/224 = 7,72 \text{ cm}^2$$

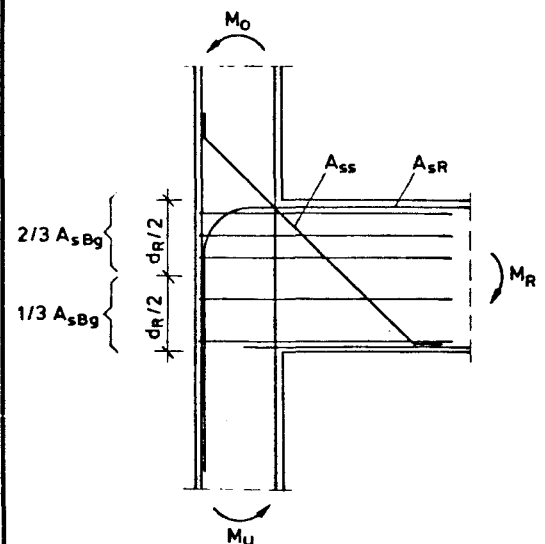
$$A_{sBg} = 1,0 \cdot 7,72 = 7,72 \text{ cm}^2$$

M_I Bemessungsmoment; siehe hierzu Erläuterungen zu Beispiel 6
 $|n| > 0,25$: Bemessung mit m/n-Interaktionsdiagramm

Heft 220, DAfStb, Tafel 1.11 b

Erläuterungen wie vor

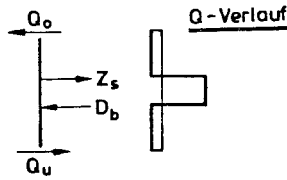
Das Riegelmoment verteilt sich entsprechend dem Verhältnis der Stielmomente in den oberen bzw. unteren Stiel. Die Schrägbewehrung ist nur für den positiven Momentenanteil zu bestimmen, d. h., daß bei dem vorliegenden Beispiel für den Riegel der Bewehrungsanteil für das in den oberen Stielanschnitt einzuleitende Moment zu bestimmen ist.



3. Nachweis der Schubspannungen im Knoten

Querkraftverlauf:

$$\begin{aligned} Z_s &= A_{s,R} \cdot \text{zul } \sigma_s \\ &= 13,0 \cdot 24 = 312 \text{ kN} \\ Q_o &= 75 \text{ kN} \\ Q &= 312 - 75 = 237 \text{ kN} \end{aligned}$$



$$\tau_o = 0,237 / 0,40 \cdot 0,36 \cdot 0,85 = 1,93 \text{ MN/m}^2 < \tau_{o3} = 3,0 \text{ MN/m}^2$$

4. Bewehrungsführung Variante 1

Riegel: 4 Ø 22 mit $A_s = 15,2 \text{ cm}^2$

Biegerollendurchmesser:

$$\begin{aligned} \min c_1 &\approx c + d_{sBg} + 0,5 d_s = 2,0 + 1,0 + 1,1 = 4,1 \text{ cm} \\ &< 3 d_s = 3 \cdot 2,2 = 6,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$+ d_{br} = 20 d_s = 20 \cdot 2,2 = 44 \text{ cm}$$

Der Beginn der Abbiegung soll mindestens 5 - 8 cm oder 3 d_s hinter dem Riegelanschnitt liegen:

$$\begin{aligned} a &= d - c - d_{sBg} - d_s - d_{br}/2 \\ &= 40 - 2,0 - 1,0 - 2,2 - 22 = 12,8 \text{ cm} > 8,0 \text{ cm} \\ &> 3 d_s = 6,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Verankerungslänge:

$$l_o = 420 \cdot 2,2/7 \cdot 1,8 = 74 \text{ cm}$$

Schrägbewehrung: 2 Ø 16 mit $A_s = 4,0 \text{ cm}^2$

$$l_o = 420 \cdot 1,6/7 \cdot 1,8 = 54 \text{ cm}$$

$$d_{br} = 20 d_s = 20 \cdot 1,6 = 32 \text{ cm}$$

Steckbügel: 5 Ø 10 mit $A_s = 7,9 \text{ cm}^2$

$$l_o = 420 \cdot 1,0/7 \cdot 0,9 = 67 \text{ cm}$$

Stütze: je Seite 7 Ø 20 mit $A_s = 22,0 \text{ cm}^2$

Die 7 Ø 20 werden ungestoßen durch den Knoten geführt.

Stützenbügel: Ø 8, s = 20 cm < min d = 40 cm
< 12 $d_{s1} = 26,4 \text{ cm}$

im Anschlußbereich des Knotens:

Ø 8, s = 10 cm

Mit dem Nachweis der Schubspannungen im Knoten wird vereinfachend der Nachweis der Hauptdruckspannungen durch Beachtung entsprechender Schubspannungsgrenzen (nach DIN 1045) geführt. Die Einhaltung der oberen Schubspannungsgrenze τ_{o3} liefert bei querkraftbeanspruchten Traggliedern bekanntlich die notwendige Sicherheit gegen Überschreiten der zulässigen Hauptdruckspannung.

τ_{o3} nach DIN 1045, Tab. 13

DIN 1045, 18.3.1, Tab. 18, Zeile 6

Siehe hierzu Versuchsbericht [3]

l_o nach DIN 1045, 18.5.2.1, Gl (21)

DIN 1045, 25.2.2.2, Bild 61

Zur Verbesserung der Verbundeigenschaften sind im Anschlußbereich des Knotens auf einer Länge von d_{st} die Stützenbügel enger zu legen.

5. Nachweis der Verbundspannungen in der Stützenbewehrung

a) Vereinfachter Nachweis

$$A_{s,R} \cdot \text{zul } \sigma_s \cdot \frac{d_R}{d_{St}} \leq \sum d_{s,St} \cdot \pi \cdot \text{zul } \tau_1 \cdot d_R$$

$$A_{s,R} \cdot \text{zul } \sigma_s \cdot d_R/d_{St} = 13 \cdot 24 \cdot 70/40 = 546 \text{ kN}$$

$$\sum d_{s,St} \cdot \pi \cdot \text{zul } \tau_1 \cdot d_R = 7 \cdot 2,0 \cdot \pi \cdot 0,18 \cdot 70 = 554 \text{ kN} > 546 \text{ kN}$$

Ein genauer Nachweis der Verbundspannungen ist für das vorliegende Beispiel nicht erforderlich; der Vollständigkeit halber wird dieser jedoch geführt.

b) Genauer Nachweis

Dehnungen im Bruchzustand:

$$\text{Stütze oben: } \epsilon_{b1} = -3,5 \text{ } ^\circ/\text{oo}; \epsilon_{s2} = +0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\text{Stütze unten: } \epsilon_{b1} = -3,5 \text{ } ^\circ/\text{oo}; \epsilon_{s2} = -0,4 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

äußere Lage:

$$\epsilon_{so} = 0,1 (3,5 + 0,0) - 3,5 = -3,15 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$< -2 \text{ } \text{‰} = \epsilon_s$$

$$\epsilon_{su} = -0,4 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\Delta \epsilon_s = -2,0 - (-0,4) = -1,6 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\Delta F_u = \text{erf } A_s \cdot E \cdot |\Delta \epsilon_s| = 18,7 \cdot 21 \cdot 1,6 = 628 \text{ kN}$$

$$\text{vorh } \tau_1 = \Delta F_u / 1 \cdot u = 628 \cdot 10/70 \cdot 7 \cdot \pi \cdot 2,0 = 2,04 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul } \tau_1 = 1,75 \cdot 1,8 = 3,15 \text{ N/mm}^2 > \text{vorh } \tau_1$$

innere Lage:

$$\epsilon_{so} = +0,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\epsilon_{su} = 0,1 (3,5 - 0,4) - 3,5 = -3,19 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$< -2,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\Delta \epsilon_s = -2,0 - 0 = -2,0 \text{ } ^\circ/\text{oo}$$

$$\Delta F_u = 21,3 \cdot 21 \cdot 2,0 = 895 \text{ kN}$$

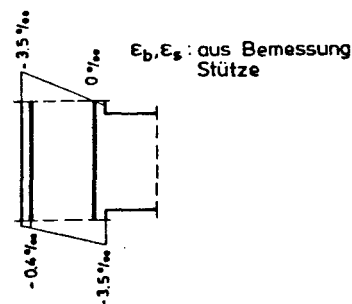
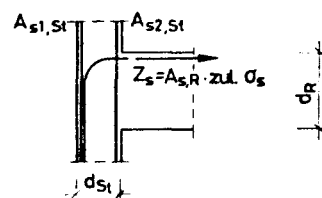
$$\tau_1 = 895 \cdot 10/70 \cdot 7 \cdot \pi \cdot 2,0 = 2,90 \text{ N/mm}^2 < \tau_{1u}$$

6. Bewehrungsführung Variante 2

Allgemeine Hinweise:

Im oberen Stützenabschnitt resultiert aus der geringeren Normalkraft und der dadurch bedingten größeren Rißbildung eine geringere Steifigkeit als im unteren Stützenabschnitt. Dadurch ergeben sich von der nach Elastizitätstheorie ermittelten Schnittgrößenverteilung Abweichungen in der Art, daß das Rieglmoment zu einem vergleichsweise größeren Anteil in den unteren Abschnitt und zu einem entsprechend kleineren Anteil in den oberen eingeleitet wird.

Infolge Vorzeichenwechsels im Momentenverlauf längs der Stütze wechseln auch die Kräfte in der Stützenbewehrung das Vorzeichen. Die hieraus resultierenden Differenzkräfte sind durch Verbund aufzunehmen. Da die Riegelhöhe hierfür nicht immer ausreicht, ist ein Nachweis der Verbundspannungen zu führen.



ϵ_s : Streckgrenze für BSt 420/500

ΔF_u : Verbundkraft in der jeweiligen Bewehrungslage

τ_{1u} : Rechenwert der "zulässigen" Verbundspannung im Bruchzustand

Allgemeiner Hinweis: Der Verbundspannungsnachweis darf auch mit den Schnittkräften und Dehnungen im Gebrauchszustand geführt werden. Allerdings ist die Ermittlung der Dehnungen im Gebrauchszustand relativ aufwendig, da eine iterative Berechnung durchgeführt werden muß.

In der 2. Variante wird eine Bewehrungsführung vorgestellt, bei der die Riegelbewehrung nicht in den unteren Stützenabschnitt abgegeben, sondern in den Riegel zurückgebogen wird. Diese Bewehrungsführung erleichtert die Anordnung einer Arbeitsfuge in Höhe UK-Riegel.

Bei der Bewehrungsführung der Variante 1 mit in den unteren Stützenabschnitt abgebogener Riegelbewehrung resultiert für diesen Abschnitt eine Traglasterhöhung, wodurch die Abweichungen der Schnittgrößenverteilung weitestgehend ausgeglichen werden.

Bei der in den Riegel zurückgebogenen Bewehrung muß durch zusätzliche Maßnahme die Traglast des unteren Stützenabschnitts der tatsächlichen Schnittgrößenverteilung angepaßt werden. Dies wird durch eine Zulage nach folgendem Näherungsansatz berücksichtigt:

$$A_s^u \approx 0,5 \cdot A_{s,R} \cdot \frac{M_u}{M_R}$$

Siehe hierzu Versuchsbericht [3]

Für das Beispiel ergibt sich:

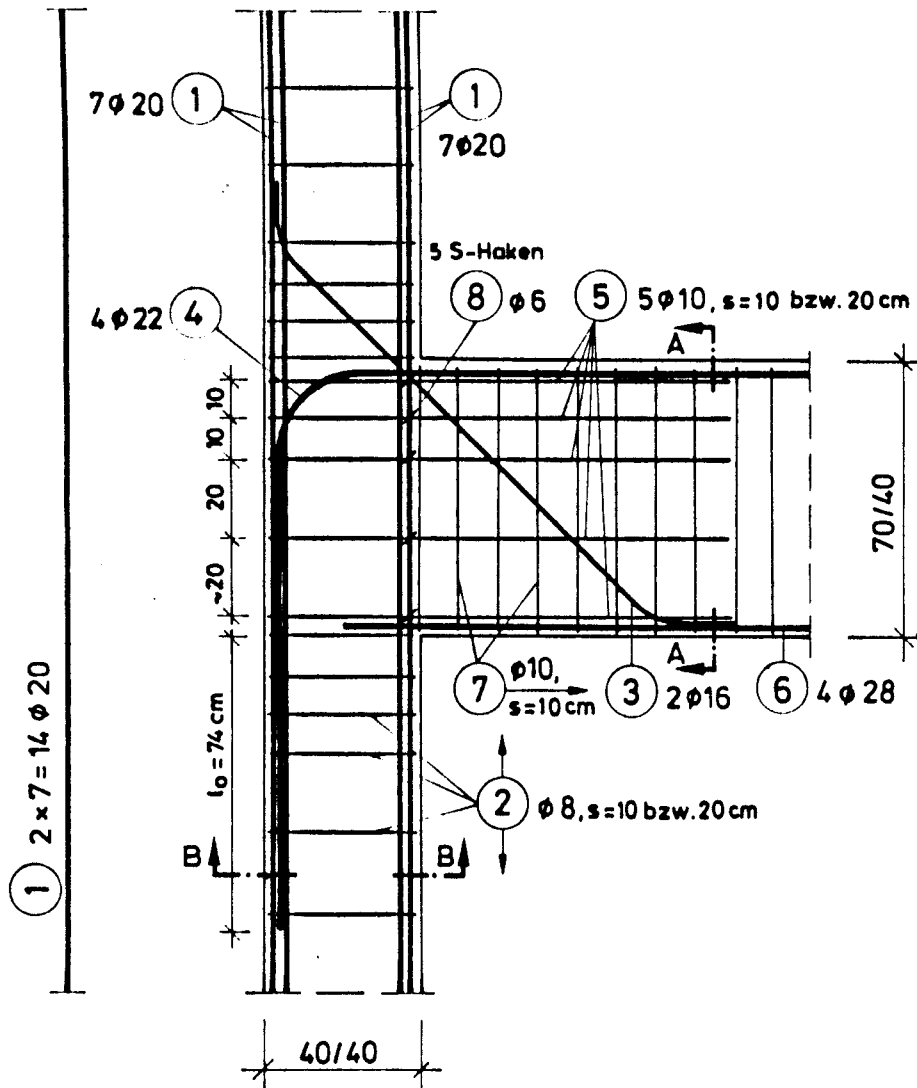
$$A_s^u = 0,5 \cdot 13,0 \cdot 91/224 = 5,3 \text{ cm}^2$$

gewählt: 2 Schlaufen $\emptyset 14$ mit $A_s = 3,1 \text{ cm}^2$

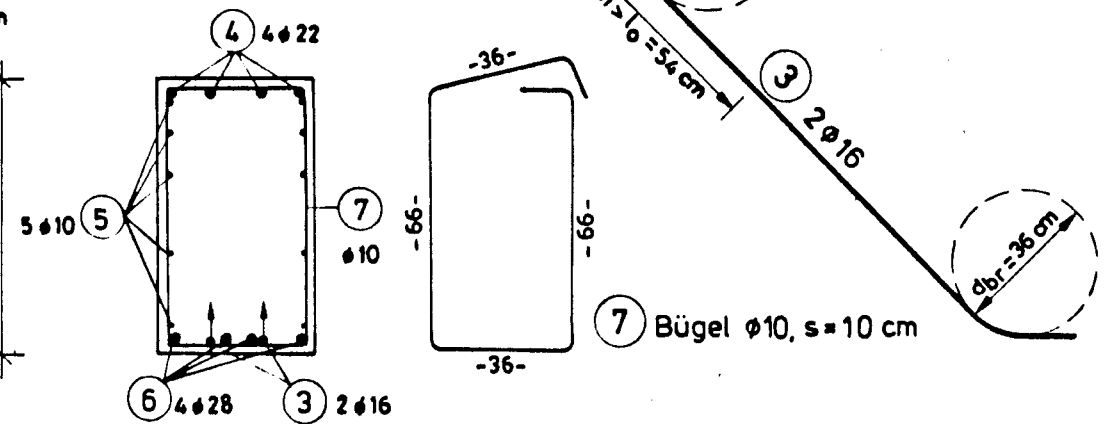
$$l_o = 420 \cdot 1,4/7 \cdot 1,8 = 47 \text{ cm}$$

Die Schlaufen werden zweckmäßig in die gleiche Ebene wie die Diagonalbewehrung gelegt.

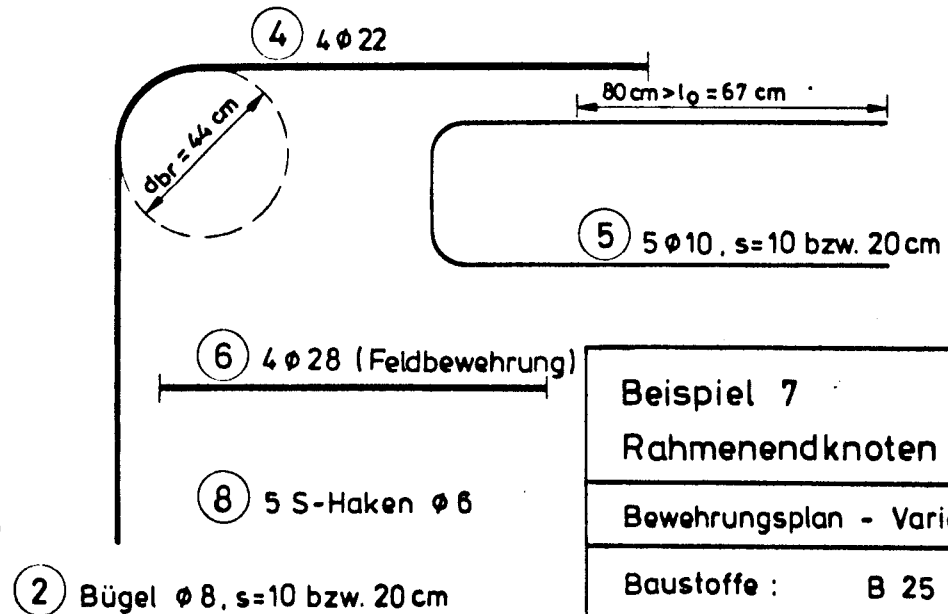
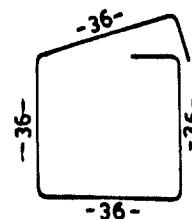
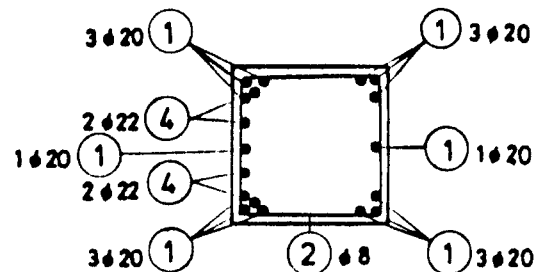
Weitere Bewehrung wie in Variante 1.



Schnitt A-A



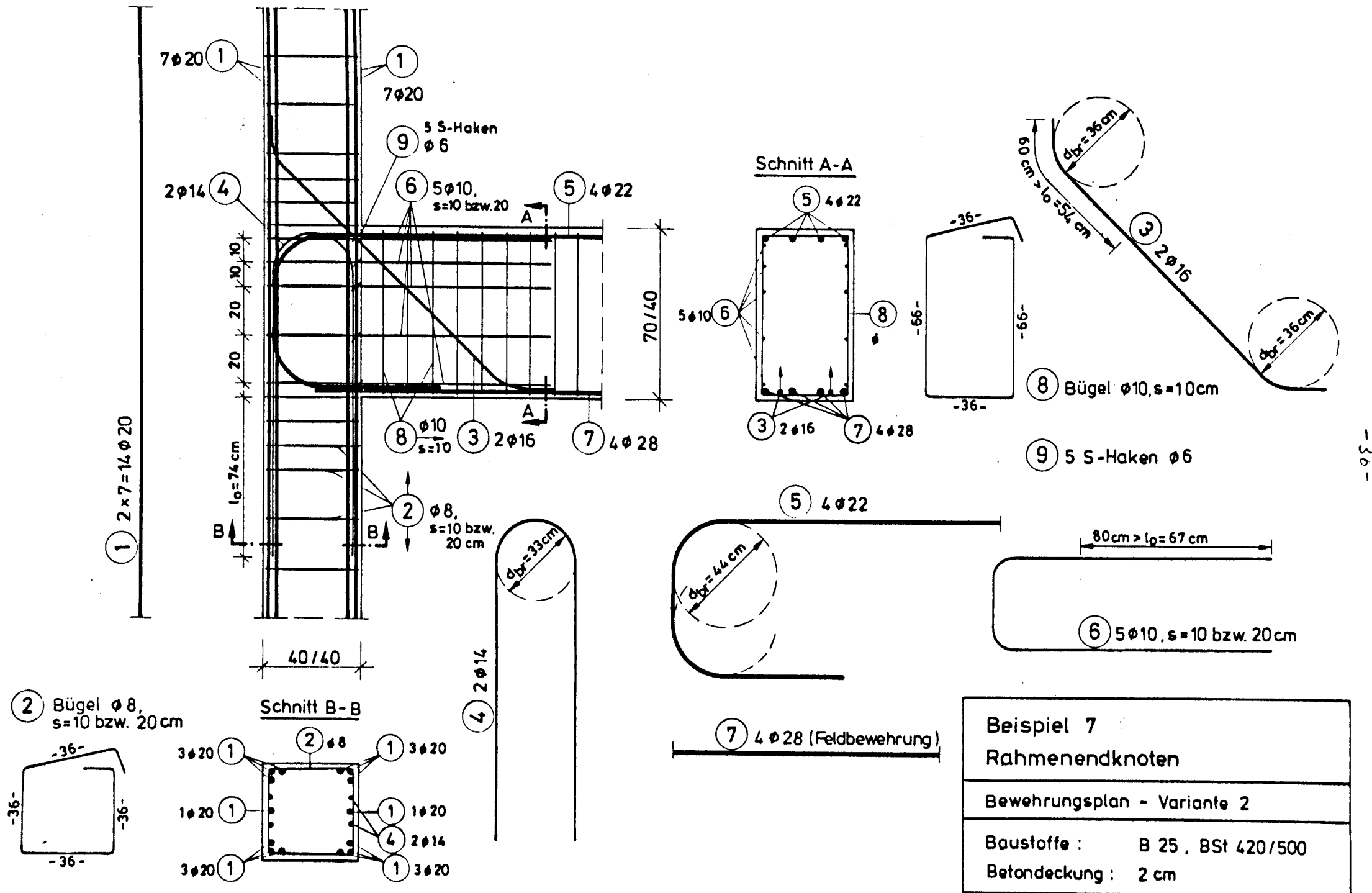
Schnitt B-B



Beispiel 7 Rahmenendknoten

Bewehrungsplan - Variante 1

Baustoffe : B 25 , BSt 420/500
Betondeckung : 2 cm



BEISPIEL 8: RAHMENENDKNOTEN MIT HOHEM BEWEHRUNGSGEHALT

Der in Bild 10 dargestellte Rahmenendknoten ist mit den auf den Knotenmittelpunkt bezogenen Schnittgrößen zu bemessen.

1. System und Schnittgrößen

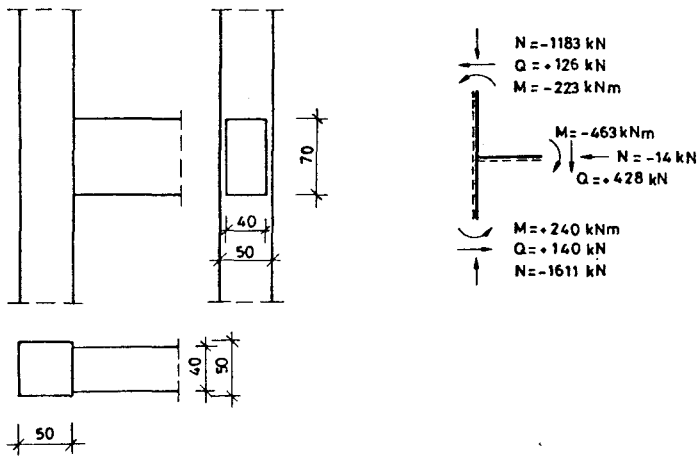


Bild 10 Rahmenendknoten mit hohem Bewehrungsgehalt

2. Bemessung B 25, BSt 420/500

Riegel $b/d/h = 40/70/65$ cm

$$\begin{aligned} M_s &= 463 - 428 \cdot 0,50/3 + 14 (0,65 - 0,35) = 396 \text{ kNm} \\ k_h &= 65 / \sqrt{396/0,4} = 2,07 \rightarrow k_s = 4,9 \\ \text{erf } A_s &= 4,9 \cdot 396/65 - 14/24 = 29,3 \text{ cm}^2 \\ \mu_R &= 29,3 \cdot 100/40 \cdot 70 = 1,05 \% \end{aligned}$$

Stütze unten

$$\begin{aligned} M_I &= 240 - 140 \cdot 0,70/3 = 207 \text{ kNm} \\ m &= \frac{0,207}{0,50 \cdot 0,5^2 \cdot 17,5} = 0,095 \\ n &= \frac{-1,611}{0,50 \cdot 0,50 \cdot 17,5} = -0,368 \\ d_1/d &= 0,10 \quad \rightarrow \omega_{01} = \omega_{02} = 0,16 \\ \epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} &\approx -3,5/0,7 \text{ ‰} \\ \text{erf } A_{s1} = \text{erf } A_{s2} &= 0,16 \cdot 50 \cdot 50/24 = 16,7 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Stütze oben

$$\begin{aligned} M' &= 223 - 126 \cdot 0,70/3 = 194 \text{ kNm} \\ m &= \frac{0,194}{0,50 \cdot 0,50^2 \cdot 17,5} = 0,089 \\ n &= \frac{-1,183}{0,50 \cdot 0,50 \cdot 17,5} = -0,270 \\ d_1/d &= 0,10 \quad \rightarrow \omega_{01} = \omega_{02} = 0,08 \\ \epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} &\approx -3,5/1,5 \text{ ‰} \\ \text{erf } A_{s1} = \text{erf } A_{s2} &= 0,08 \cdot 50 \cdot 50/24 = 8,4 \text{ cm}^2 \\ \mu_1 = \mu_2 &= 8,4 \cdot 100/50 \cdot 50 = 0,34 \% < 0,4 \% \hat{=} \text{Mindestbewehrung} \end{aligned}$$

Es wird Mindestbewehrung angeordnet:

$$\text{erf } A_{s1} = \text{erf } A_{s2} = 0,004 \cdot 50 \cdot 50 = 10,0 \text{ cm}^2$$

DIN 1045, 15.1.2, 2. Absatz

Die Schnittgrößen wurden elektronisch mit einem Verfahren auf der Grundlage der Elastizitätstheorie berechnet, wobei die Querschnittswerte nach Zustand I ohne Einschluß des Stahlquerschnitts zugrunde gelegt wurden.

Der Stützenquerschnitt wird hier 10 cm breiter ausgeführt, wodurch im Knoten eine wesentlich einfacher einzubauende Bewehrungsführung ermöglicht wird.

DIN 1045, 18.9.3, 2. Absatz

Verwendung von Beton der Festigkeitsklasse B 25 sowie Betonrippenstahl; eine Erhöhung der Bemessungsschnittgrößen ist nicht erforderlich.

M_s : Auf den Schwerpunkt der Zugbewehrung bezogenes Bemessungsmoment am Anschnitt

Bemessung nach k_h -Verfahren

Heft 220, Tafel 1.11 b:
Bemessung mit Interaktionsdiagramm

DIN 1045, 25.2.2.1

Längsbewehrung A_s mindestens 0,4 % des statisch erforderlichen Betonquerschnitts

Nachweis der Verbundspannungen

a) Vereinfachter Nachweis

$$A_{s,R} \cdot \text{zul } \sigma \frac{d_R}{d_{St}} = 29,3 \cdot 24 \cdot \frac{70}{50} = 984 \text{ kN}$$

$$\Sigma d_{s,St} \cdot \pi \cdot \text{zul } \tau_1 \cdot d_R = 5 \cdot 2,2 \cdot \pi \cdot 0,18 \cdot 70 = 435 \text{ kN} < 984 \text{ kN}$$

→ genauer Nachweis der Verbundspannungen erforderlich

b) Genauer Nachweis

Äußere Lage

$$\epsilon_{bo} = -3,5 \text{ ‰}; \quad \epsilon_{su} = 0,7 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{so} = \frac{(1,5 + 3,5) \cdot 5,0}{46} - 3,5 = -2,96 \text{ ‰}$$

$$< \epsilon_s = -2,0 \text{ ‰}$$

$$\Delta F = \Sigma \text{erf } A_s \cdot \Delta \epsilon \cdot E$$

$$\Delta F_u = 8,4 \cdot 2,0 \cdot 21 + 16,7 \cdot 0,7 \cdot 21 = 598 \text{ kN}$$

$$\tau_1 = 598 \cdot 10/70 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 2,2 = 2,47 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{1u} = 1,75 \cdot 1,8 = 3,15 \text{ N/mm}^2 > \text{vorh } \tau_1$$

Innere Lage

$$\epsilon_{so} = 1,5 \text{ ‰}; \quad \epsilon_{bu} = -3,5 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{su} = \frac{(0,7 + 3,5) \cdot 5,0}{46} - 3,5 = -3,04 \text{ ‰}$$

$$< \epsilon_s = -2,0 \text{ ‰}$$

$$\Delta F_u = 8,4 \cdot 1,5 \cdot 21 + 16,7 \cdot 2,0 \cdot 21 = 966 \text{ kN}$$

$$\tau_1 = 966 \cdot 10/70 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 2,2 = 3,99 \text{ N/mm}^2$$

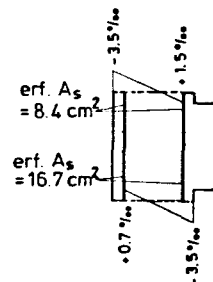
$$> \tau_{1u}$$

Die zulässigen Verbundspannungen dürfen um 50 % erhöht werden, wenn allseits Querdruck oder eine allseitige, durch Bewehrung gesicherte Betondeckung von mindestens $10 d_s$ vorhanden ist. Vielfach schließen am Knoten Rand-Querträger an, so daß obige Voraussetzungen erfüllt sind und die zulässigen Verbundspannungen erhöht werden dürfen. Hier soll jedoch durch Zulage von Bewehrungsstäben die vorhandene Verbundspannung reduziert werden.

Zulage 2 Ø 16

$$\tau_1 = 966 \cdot 10/70 \cdot \pi (5 \cdot 2,2 + 2 \cdot 1,6) = 3,09 \text{ N/mm}^2$$

$$< \tau_{1u}$$



Beton- und Stahldehnungen aus Bemessung

ϵ_s : Stahldehnung

$|\epsilon_s| = 2,0 \text{ ‰}$: Streckgrenze für BSt 420/500

ΔF : Differenzkraft in der Bewehrungslage zwischen Anschnitt Riegel oben - unten

τ_1 : Verbundspannung in der Bewehrungslage im Bruchzustand

τ_{1u} : Rechenwert der "zulässigen" Verbundspannung im Bruchzustand

DIN 1045, 18.4

3. Nachweis der Schubspannungen im Knoten

$$Z_s = 29,3 \cdot 24 = 703 \text{ kN}$$

$$Q = 703 - 126 = 577 \text{ kN}$$

$$\tau_o = \frac{0,577}{0,50 \cdot 0,85 \cdot 0,46} = 2,95 \text{ MN/m}^2 < \tau_{o3} = 3,0 \text{ MN/m}^2$$

Siehe hierzu auch Beispiel 7

DIN 1045, Tab. 13: zulässige Schubspannungen

4. Bewehrungsführung

Riegelbewehrung

gewählt: 6 Ø 22 + 4 Ø 16 mit $A_s = 22,8 + 8,0 = 30,8 \text{ cm}^2$

Die erste Lage wird in den unteren Stützenabschnitt abgebogen und mit $l_o = 74 \text{ cm}$ verankert; die zweite Lage (4 Ø 16) wird schlaufenartig in den Riegel zurückgebogen.

Biegerollendurchmesser:

$$\min c_1 \approx c + d_{SBg} + 0,5 d_{sl} = 5,0 + 2,0 + 1,0 + 0,5 \cdot 2,2 = 9,1 \text{ cm}$$

$$> 3 d_s = 6,6 \text{ cm}$$

$$> 5,0 \text{ cm}$$

$$\text{Ø 22: } d_{br} = 15 d_s = 15 \cdot 2,2 = 33 \text{ cm}$$

$$\text{Ø 16: } d_{br} = 1,5 \cdot 15 \cdot d_s = 1,5 \cdot 15 \cdot 1,6 = 36 \text{ cm}$$

Verankerungslänge:

$$l_o = 420 \cdot 2,2/7 \cdot 1,8 = 74 \text{ cm}$$

c_1 : seitliche Betondeckung

DIN 1045, 18.3.1, Tab. 18, Zeile 5

DIN 1045, 18.3.1, Tab. 18, Fußnote 31: Der Biegerollendurchmesser für die innere Lage ist um den Faktor 1,5 zu vergrößern.

Stütze unten:

gewählt: 5 Ø 22 mit $A_s = 19,0 \text{ cm}^2 > \text{erf } A_s = 16,7 \text{ cm}^2$

Stütze oben:

gewählt: 5 Ø 22 mit $A_s = 19,0 \text{ cm}^2 > \text{erf } A_s = 10,0 \text{ cm}^2$

$$\text{Stützenbügel } \text{Ø } 8, s = 30 \text{ cm} \begin{cases} < \min d \\ < 12 d_{sl} \end{cases}$$

im Anschlußbereich des Knotens: Ø 8, s = 10 cm

Diagonalbewehrung

a) Bewehrungsanteil Riegel

$$\mu_R = 29,3 \cdot 100/70 \cdot 40 = 1,05 \%$$

$$\mu_R^o = 1,05 \cdot 223/463 = 0,51 \%$$

b) Bewehrungsanteil Stütze

$$A_{s,M} = 4,5 \cdot 194/46 = 19,0 \text{ cm}^2$$

$$\mu_{s,M} = 19,0 \cdot 100/50 \cdot 50 = 0,76 \% > 0,51 \% \rightarrow \text{maßgebend}$$

$$\text{erf } A_{ss} = 0,5 \cdot 19,0 = 9,5 \text{ cm}^2$$

gewählt: 3 Ø 20 mit $A_s = 9,4 \text{ cm}^2 \sim \text{erf } A_s$

Wegen der hohen Verbundspannungen wird die Bewehrung des unteren Stützenabschnitts bis in den oberen durchgeführt (s. auch Verbundspannungsnachweis).

DIN 1045, 25.2.2.2 und Bild 61

Zur Verbesserung der Verbundeigenschaften der Stützenlängsbewehrung sind die Stützenbügel im Anschlußbereich des Knotens enger zu legen.

DIN 1045, 18.9.3

Die Schrägbewehrung A_{ss} ist für das anschließende Bauteil mit dem größeren Bewehrungsprozentsatz zu bestimmen.

$$\mu_{s,M} > 0,4 \%$$

$$\mu_{s,M} < 1,0 \%$$

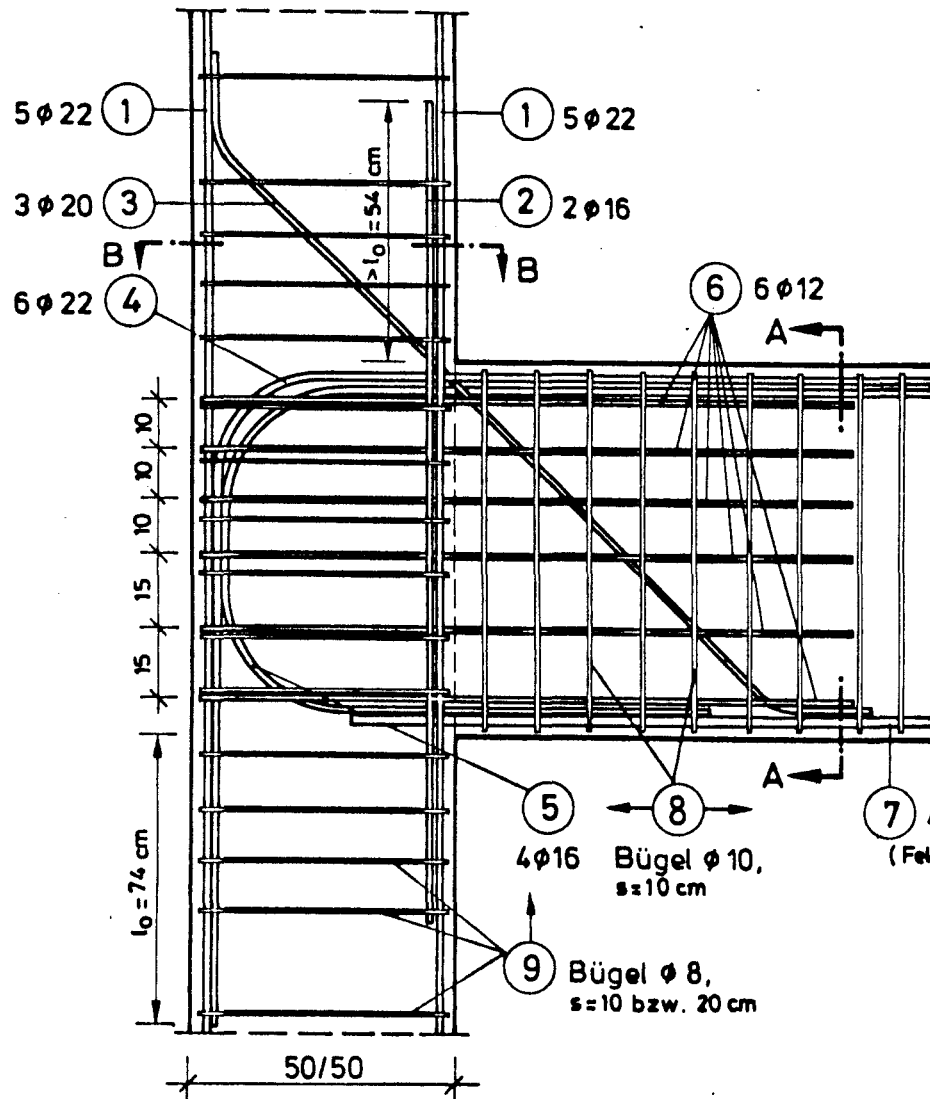
$$\rightarrow A_{ss} = 0,5 \cdot A_{s,M}$$

Steckbügel im Knotenbereich

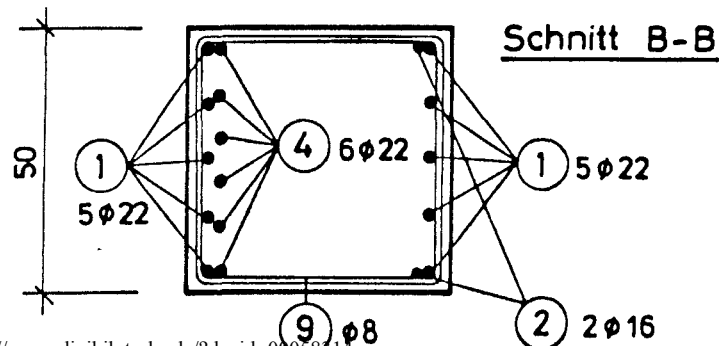
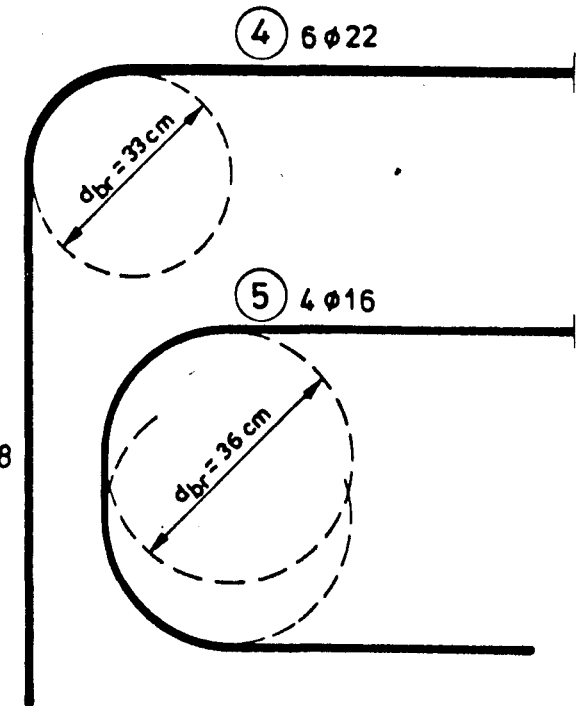
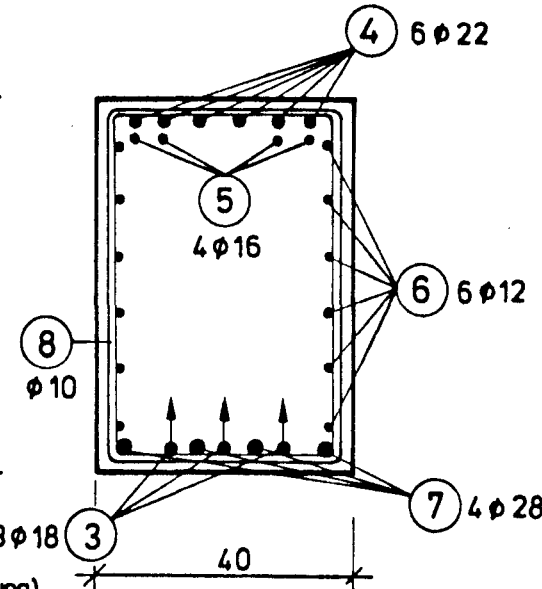
$$\text{erf } A_{SBg} = A_{sR}^o = 29,3 \cdot 223/463 = 14,1 \text{ cm}^2$$

gewählt: 6 Bg Ø 12 mit $A_s = 13,6 \text{ cm}^2 (\sim \text{erf } A_s)$

Erläuterungen hierzu siehe Beispiel 7



Schnitt A-A



Bewehrungsauszug nur teilweise.
Weitere Hinweise zur
Bewehrungsführung können
Beispiel 7 entnommen werden.

Beispiel 8 Rahmendknoten

Bewehrungsplan

Baustoffe : B 25, BSt 420/500

Betondeckung : 1.5 cm

BEISPIEL 9: RAHMENENDKNOTEN AN DER MITTELSTÜTZE EINES EINGESCHOSSIGEN AUSSTEIFUNGSRAHMENS

1. System und Schnittgrößen

Die Schnittgrößenermittlung für den verschieblichen Rahmen gem. Bild 11 a ergibt unter der gegebenen Belastung die in Bild 11 b dargestellten Schnittgrößen.

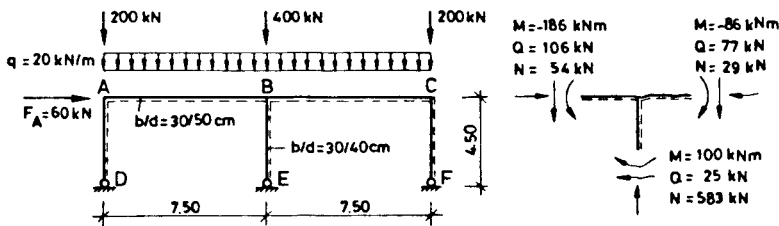


Bild 11 a Statisches System mit Belastung Bild 11 b Schnittgrößen am Knoten B

Die Ermittlung der Schnittgrößen erfolgte nach Theorie I. Ordnung auf der Grundlage der Elastizitätstheorie.

2. Bemessung

Riegel

Baustoffe: B 25, BSt 420/500

Querschnitt: $b/d/h = 30/50/45$ cm

$$M_s = -180 + 106 \cdot 0,40/2 - 54 \cdot (0,45 - 0,25) = -170 \text{ kNm}$$

$$k_h = 45 / \sqrt{170/0,30} = 1,89 \leftarrow k_s = 5,1$$

$$\text{erf } A_s = 5,1 \cdot 170/45 - 54/24 = 17,0 \text{ cm}^2$$

Stütze

Querschnitt: $b/d/d_1 = 30/40/4$ cm

$$M_{II} = 100 - 25 \cdot 0,25 + 7,3 = 101 \text{ kNm}$$

Moment aus Verformungen

$$\left. \begin{aligned} m &= 0,101/0,30 \cdot 0,40^2 \cdot 17,5 = 0,12 \\ n &= 0,583/0,30 \cdot 0,40 \cdot 17,5 = 0,28 \\ d_1/d &= 4/40 = 0,1 \end{aligned} \right\} + \omega_{01} = \omega_{02} = 0,15$$

$$\epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} \approx -3,5/1,5$$

$$\text{erf } A_{s1} = \text{erf } A_{s2} = 0,15 \cdot 30 \cdot 40/24 = 7,5 \text{ cm}^2$$

M_s : Auf den Schwerpunkt der Zugbewehrung bezogenes Bemessungsmoment am Anschnitt nach DIN 1045, Bild 7. Im Gegensatz zur Ermittlung der Bemessungsmomente in den Beispielen zuvor ist hier die Voraussetzung der Vergrößerung der statischen Nutzhöhe im Anschlußbereich an die Unterstützung erfüllt.

Die Bemessung erfolgt nach dem k_h -Verfahren.

M_{II} : Bemessungsmoment

Die Bemessung erfolgt mit dem Interaktionsdiagramm, Heft 220 DAfStb, Tafel 1.11 b.

3. Bewehrungsführung

Riegel 6 \emptyset 20 mit $A_s = 18,8 \text{ cm}^2$
Bewehrung über Stütze durchlaufend

Stütze

je Seite 3 \emptyset 18 mit $A_s = 7,6 \text{ cm}^2$

Verankerung der Stützenbewehrung

$$l_1 = \alpha_1 \cdot \frac{\text{erf } A_s}{\text{vorh } A_s} \cdot l_0 = \alpha_1 \cdot \frac{\text{vorh } \epsilon_s}{\epsilon_s} \cdot l_0$$

$$l_0 = 420 \cdot 1,8/7 \cdot 1,8 \cdot 0,5 = 120 \text{ cm}$$

$$l_1 = 1,0 \cdot \frac{1,5}{2,0} \cdot 120 = 90 \text{ cm}$$

Die Verankerungslänge darf ab Riegelmitte gerechnet werden.

Biegerollendurchmesser:

$$c_1 = 1,5 + 1,0 = 2,5 \text{ cm} < \begin{matrix} 3 d_s \\ 5 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$\text{erf } d_{br} = 20 d_s = 20 \cdot 1,8 = 36 \text{ cm}$$

Diagonalbewehrung

$$A_{s,M} = 4,5 \cdot 101/36 = 12,6 \text{ cm}^2$$

$$A_{ss} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 12,6 = 3,2 \text{ cm}^2$$

gewählt: 2 Ø 14 mit $A_s = 3,1 \text{ cm}^2 \sim \text{erf } A_{ss}$

Die Stützenbewehrung wird auf Zug beansprucht; eine Verankerung nach den Regeln eines druckbeanspruchten Bewehrungsstabs ist nicht ausreichend. Die Verankerung der Stützenbewehrung ist daher nach den Regeln von DIN 1045, 18.9.3, für zugbeanspruchte Bewehrungsstäbe zu berechnen. Da in der Regel die vorhandene Zugbewehrung nicht voll ausgelastet wird, ist die Verankerungslänge l_1 nach DIN 1045, Gl (22) ausreichend. Dabei darf näherungsweise angesetzt werden

$$\frac{\text{erf } A_s}{\text{vorh } A_s} = \frac{\text{vorh } \epsilon_s}{\epsilon_s}$$

mit ϵ_s : Streckgrenze in ‰

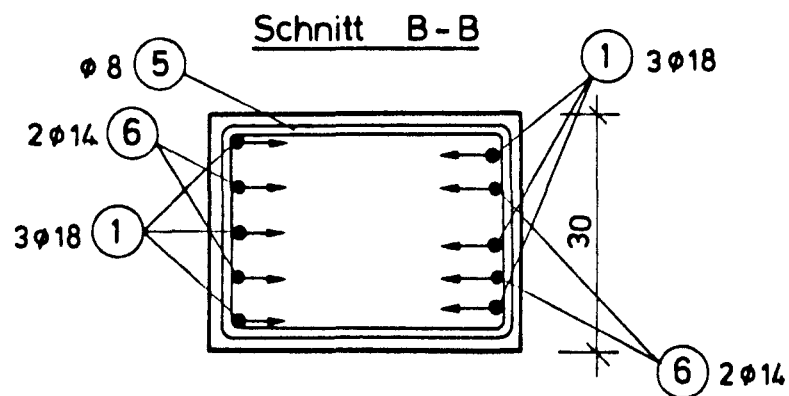
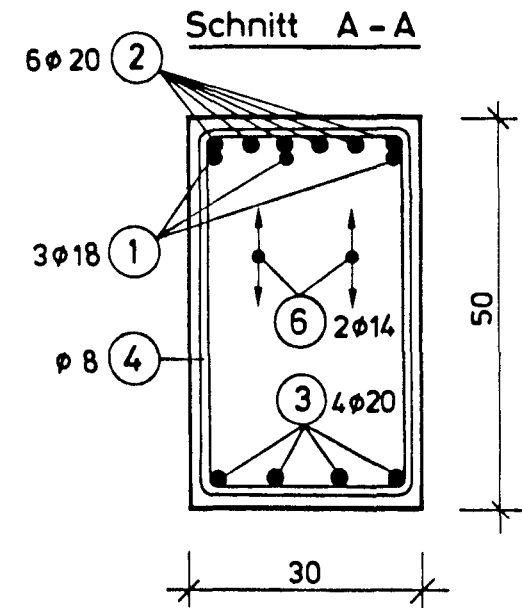
α_1 : Beiwert nach DIN 1045, Tab. 20; hier ist grundsätzlich $\alpha_1 = 1$ anzusetzen.

l_0 : nach DIN 1045, Gl (21)

c_1 : minimale seitliche Betondeckung

DIN 1045, 18.3.1, Tab. 18

Zur Vermeidung von Kehlrisen und zur Vergrößerung der Knotensteifigkeit werden bei verschieblichen Rahmensystemen der Einbau von Diagonalstäben empfohlen. Für die Ermittlung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes darf hier näherungsweise angenommen werden, daß das Stielmoment je zur Hälfte in den rechten bzw. linken Riegelabschnitt eingeleitet wird. Die Diagonalbewehrung ist daher nur für den Bewehrungsanteil des halben Stielmoments zu bestimmen, d. h. $\text{erf } A_{ss} = 0,5 \cdot 0,5 \cdot A_{s,M}$



<p>Beispiel 9</p> <p>Rahmenendknoten - Stütze</p>	
<p>Bewehrungsplan</p>	
Baustoffe:	B 25 , BSt 420/500
Betondeckung:	1,5 cm

BEISPIEL 10: EINGESPANNTE KRAGSTÜTZE

Die in ein Fundament eingespannte Kragstütze ist für die angegebenen Schnittgrößen zu bemessen.

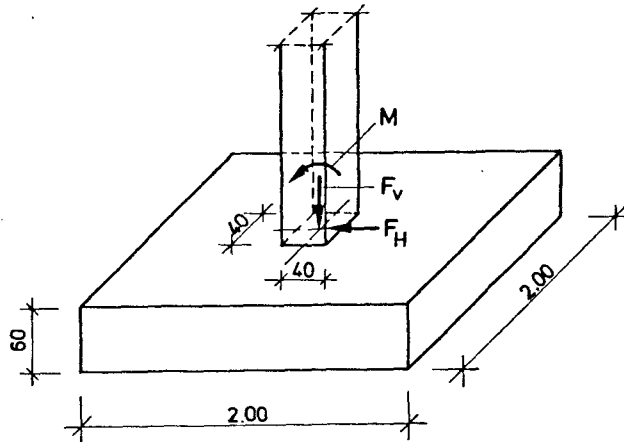


Bild 12 Eingespannte Kragstütze

1. Belastung, Schnittgrößen

$$\begin{aligned} F_v &= - 750 \text{ kN} \\ M &= + 300 \text{ kNm} \\ F_H &= + 50 \text{ kN} \end{aligned}$$

2. Bemessung

Baustoffe B 25, BSt 420/500

$$b/d/h = 40/40/36 \text{ cm}$$

$$d_1/d = 4/40 = 0,10$$

$$n = - 0,75/0,40 \cdot 0,40 \cdot 17,5 = - 0,268$$

$$m = 0,30/0,40^3 \cdot 17,5 = 0,268$$

aus Tafel 1.11 b:

$$\omega_{01} = \omega_{02} = 0,50$$

$$\epsilon_{b1}/\epsilon_{s2} \approx - 3,5/2,0 \text{ ‰}$$

$$\text{erf } A_{s1} = \text{erf } A_{s2} = 0,50 \cdot 40 \cdot 40/24 = 33,3 \text{ cm}^2$$

In diesem Beispiel sollen nur Hinweise für die konstruktive Ausbildung der Stützenanschlußbewehrung gegeben werden. Eine Bemessung des Fundaments bzw. ein Durchstanznachweis wird im Rahmen dieser Veröffentlichung nicht geführt.

Die hier gegebenen Hinweise gelten gleichermaßen für Stützenanschlüsse von Flachdecken.

Das Biegemoment und die Horizontalkraft können sowohl positiv wie auch negativ auftreten.

Heft 220, Tafel 1.11 b
Bemessung mit Interaktionsdiagramm

3. Bewehrung

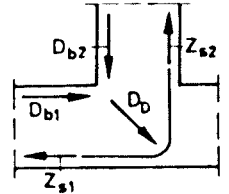
gewählt: je Seite 7 Ø 25 mit $A_s = 34,4 \text{ cm}^2$

Verankerungslänge: $l_o = 84 \text{ cm}$

$$l_o/2 = 84/2 = 42 \text{ cm}$$

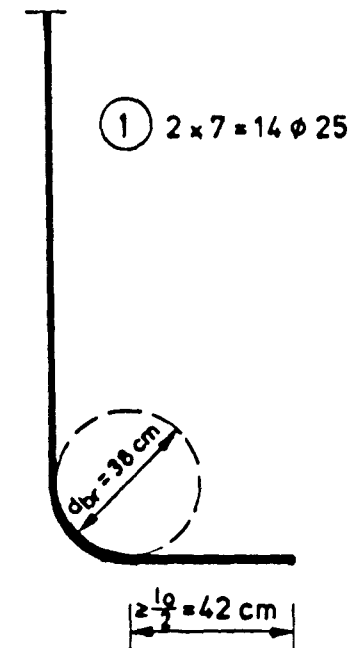
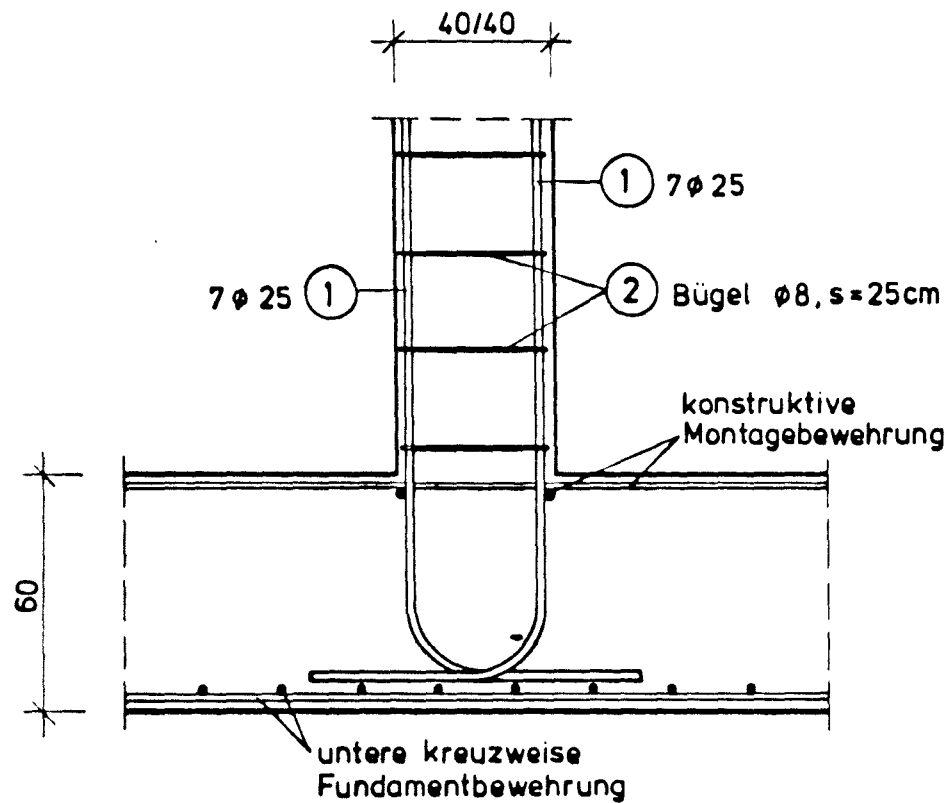
Biegerollendurchmesser der Abbiegung:
 Betondeckung rechtwinklig zur Krümmungsebene $> 5,0 \text{ cm}$
 $\text{erf } d_{br} = 15 d_s = 15 \cdot 2,5 = 37,5 \text{ cm}$

In der Auslegung des DAfStb zu DIN 1045, Abschnitt 18.9.3 1, Absatz 3 (Beton- und Stahlbetonbau 11/1980), wird gefordert, daß die Biegezugbewehrung in der Druckzone (in vorliegendem Fall beginnt die Druckzone ab Anschnitt OK Fundament) zu verankern ist; dabei ist die Bewehrung mindestens bis zum Druckrand zu führen und mit einem Winkelhaken zu versehen. In diesem Beispiel ist ein Winkelhaken nicht ausreichend, da die aus der Stütze eingeleitete Zugkraft Z_{s2} umzulenken ist. Eine zusätzliche Bewehrung wird hierfür nicht vorgesehen, da diese in der Baupraxis unüblich ist. Aus nebenstehender Skizze mit dem Verlauf der Kräfte nach der Fachwerkanalogie wird ebenfalls deutlich, daß sich die Druckstrebe D_p in der Abbiegung abstützt. Die Verankerung der Stützenbewehrung ist daher erst von der Abbiegung an zu rechnen, wobei aufgrund der durch die Sohlpressung verursachten Querdruckspannungen eine Verankerungslänge mit $l_o/2$ ausreichend ist. Die jeweiligen Stababbiegungen müssen entsprechend dem Verlauf der inneren Schnittkräfte nach innen zeigen. Bei nach außen gerichteten Schenkeln wird insbesondere bei dünneren Platten (z. B. Flachdecken) die erforderliche Tragsicherheit bei weitem nicht erreicht.



Bei der Verankerung der Längsbewehrung aus Stützen, die vorwiegend auf Druck beansprucht werden ($e/d < 0,2$ oder $\epsilon_s < 0$), ist selbstverständlich eine kürzere Verankerungslänge zulässig.

DIN 1045, 18.3.1, Tabelle 18



- 94 -

Beispiel 10
Eingespannte Kragstütze

Bewehrungsplan (Detail)

Baustoffe: B 25, BSt 420/500
Betondeck.: Stütze 2 cm, Fundam. 2.5 cm

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- [1] Heimeshoff, B.: Praktische Spannungsberechnung für den gekrümmten Träger mit Rechteckquerschnitt. Bautechnik (1967), H. 4, S. 135 - 140.
- [2] Topaloff, B.: Berechnung des gekrümmten Stahlbetonbalkens. Beton- und Stahlbetonbau (1960), H. 5, S. 113 - 117.
- [3] Kordina, K., und Schaaff, E.: Versuchsberichte zum Tragverhalten von Rahmenecken und -knoten. Veröffentlichung vorbereitet in der Schriftenreihe des DAfStb.
- [4] Nilsson, I.H.E.: Reinforced Concrete Corners and Joints subjected to Bending Moment. Nat. Swed. Build. Res. (1973), Document D 7.
- [5] Taylor, H.P.J.: The Behaviour of in Situ Concrete Beam-Column Joints. Techn. Rep. May 1974 (42.492). London: Cement and Concrete Association.
- [6] Balint, P.S., and Taylor, H.P.J.: Reinforcement Detailing of Frame Corner Joints with Particular Reference to Opening Corners. Techn. Rep. Februar 1972 (42.462). London: Cement and Concrete Association.
- [7] Jirsa, J.O., and Marques, J.L.G.: A Study of Hooked Bar Anchorages in Beam-Column Joints. Austin, Univ. Texas, Dept. Civ. Eng. July 1972, Proj. 33.
- [8] Kordina, K., und Fuchs, G.: Untersuchungen zur Anwendung von hakenförmigen Übergreifungsstößen in Rahmenecken. Unveröffentlichter Versuchsbericht aus dem Institut für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig (Januar 1970).
- [9] Kordina, K., und Fuchs, G.: Übergreifungsvollstöße mit hakenförmig gebogenen Rippenstählen. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (1973), H. 226, Berlin: Ernst & Sohn.
- [10] Kordina, K.: Bewehrungsführung in Rahmenecken und Rahmenknoten. Vorträge Deutscher Betontag 1975, veröffentlicht durch Deutschen Betonverein.
- [11] Hahn, J.: Hauptspannungen und Schubsicherung im Stahlbetonbau. Bauingenieur (1959), H. 3, S. 82 - 86.
- [12] Walter, H.: Über die spannungsoptischen Untersuchungen von Rahmenecken. Bauingenieur (1960), H. 3, S. 81 - 85.
- [13] Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill 1971.
- [14] van Dijk, H.A., Nelissen, L.J.M., van Stekelenburg, P.J.: Het gedrag van kolom - balkverbindingen in gewapend beton. Rapport S-76-02 Stevin-Laboratorium: Delft, 1976.

- [15] Hoekstra, A.S.: de invloed van de wageningsdetaillering op het gedrag van de doorgaande-kolom-balkverbinding. Civiele Techniek, T.H. Delft, 1977.
- [16] Kany, M.: Empfehlungen zur Berechnung und Konstruktion von Tunnelbauten. Die Bautechnik (1978), H. 9.
- [17] Deutscher Betonverein (Herausgeber), Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045, 4. Aufl.(1981), Bauverlag GmbH.
- [18] Grasser, E., und Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (1976), H. 240.
- [19] Walther, R., und Dieterle, H.: Versuche zur Bewehrung biegesteifer Rahmenecken. Versuchsbericht der FMPA Baden-Württemberg (1968), Stuttgart.
- [20] Mayfield, B., Kong, F.-K., Bennison, A., and Twiston Davis, J.: Corner Joint Details in Structural Lightweight Concrete. ACI Journal, May 1971.
- [21] Rehm, G., und Stocker, M.: Versuchsbericht über die Belastung von Probekörpern für Silozellenecken. MPA der T.H. München, April 1964.
- [22] Swann, R.A.: Flexural Strength of Corners of Reinforced Concrete Portal Frames. Technical Report November 1969, Cement and Concrete Association.
- [23] Jirsa, J.O., Hanson, N.W.: Recommendations for Design of Beam-Column Joints in Monolithic Reinforced Concrete Structures. ACI Journal, Juli 1974.